



ARS

-Academy-

La Carta di Smith

IU5OMW Marco Martinelli



Nota sull'Autore

Questo testo nasce dalla passione per la radiotecnica, l'elettronica ad alta frequenza e la divulgazione scientifica. L'obiettivo primario che ha guidato la stesura di questa dispensa è la volontà di colmare il divario, spesso marcato, tra la complessità delle trattazioni matematiche teoriche e la necessità pratica di visualizzare e comprendere i fenomeni elettromagnetici reali. Coniugando un approccio metodologico rigoroso a una struttura espositiva fluida e intuitiva, l'autore ha inteso fornire uno strumento di consultazione immediato, capace di trasformare lo studio della Carta di Smith da mero esercizio analitico a una gratificante esperienza di progettazione geometrica.

PREFAZIONE E INTRODUZIONE

Nel panorama dell'ingegneria elettronica e delle telecomunicazioni, lo studio dei circuiti ad alta frequenza e della radiofrequenza (RF) rappresenta da sempre uno dei domini più affascinanti, ma al contempo più ostici sotto il profilo analitico.

A differenza dei circuiti a bassa frequenza, dove le grandezze elettriche possono essere trattate secondo l'approssimazione a parametri concentrati e le leggi macroscopiche della circuitistica classica, il mondo delle microonde impone il confronto diretto con la natura ondulatoria dei segnali.

In questo contesto, concetti quali il disadattamento di impedenza, il coefficiente di riflessione e il Rapporto d'Onda Stazionaria (SWR) si traducono in equazioni differenziali e relazioni basate sui numeri complessi che richiedono uno sforzo analitico notevole.

La **Carta di Smith**, concepita da Phillip Hagar Smith nel 1939, si colloca storicamente come una delle più straordinarie intuizioni geometriche capaci di risolvere questo nodo cruciale.

Essa non è una mera reliquia di un'era pre-computazionale; al contrario, costituisce tuttora una mappa conforme universale in grado di racchiudere l'infinito dominio delle impedenze complesse all'interno di un perimetro circolare unitario e matematicamente controllato.

Laddove i moderni software di simulazione al computer forniscono risposte numeriche immediate ma spesso "cieche", la Carta di Smith offre al progettista e allo studente una comprensione visiva profonda, immediata e strutturata di come l'energia si propaghi, si rifletta o si trasformi millimetro dopo millimetro lungo una linea di trasmissione.

FILOSOFIA DELLA DISPENSA

Troppo spesso la letteratura accademica tradizionale affronta la Carta di Smith attraverso un formalismo matematico talmente denso da oscurarne la straordinaria bellezza geometrica e l'intrinseca utilità pratica. Questa dispensa tecnica nasce con un obiettivo antitetico:

“preservare il rigore formale e la terminologia scientifica necessari in un contesto universitario, coniugandoli indissolubilmente con una linearità espositiva immediata e un'elevata facilità intuitiva”.

Il testo è strutturato secondo un percorso monografico verticale, concepito per accompagnare il lettore passo dopo passo:

1. **Le Origini e i Fondamenti:** partendo dalle ragioni storiche e dalle dimostrazioni algebriche che governano la genesi dei cerchi di resistenza e degli archi di reattanza nel piano complesso.

2. **L'Anatomia del Grafico:** esplorando la topografia millimetrica del diagramma, le sue proprietà di ortogonalità e il comportamento dei segnali lungo linee di trasmissione sia ideali sia caratterizzate da perdite reali.
3. **La Sintesi dei Circuiti di Adattamento:** analizzando sia le metodologie tradizionali basate su elementi discreti (reti a "L", zone vietate e calcolo analitico in Henry e Farad), sia le tecniche avanzate a linee distribuite proprie delle microonde (stub in parallelo e trasformatori a un quarto d'onda).

Ogni equazione e ogni traiettoria geometrica presentate in questa dispensa sono sistematicamente accompagnate da una controparte interpretativa e visiva.

L'obiettivo ultimo è far sì che il lettore non si limiti a memorizzare meccanicamente una sequenza di passaggi o formule, ma impari a "guidare" il punto d'impedenza sul grafico con piena consapevolezza fisica e geometrica.

Che l'opera sia consultata come sussidio didattico per esami universitari, come manuale di riferimento per radioamatori o come guida rapida per ingegneri RF professionisti, essa si propone di dimostrare che dietro l'apparente complessità di una griglia millimetrica si cela uno strumento di calcolo visivo di sconvolgente ed elegante semplicità.



ARS in the World

Indice

La Carta di Smith	Pag.	8
1. Introduzione: Cos'è e a cosa serve		
2. La Storia: L'invenzione di Phillip Smith		
a. La Fatica dei Calcoli Manuali		
b. L'Intuizione della Carta di Smith		

Modulo 1: Fondamenti Analitici e Formalismo Matematico della Carta di Smith Pag. 10

-  Il Coefficiente di Riflessione Tensione (Γ)
-  L'Impedenza Normalizzata (z)
-  Esempificazione Numerica
-  Semplificazione Analitica del Coefficiente Γ
-  Geometria del Piano Complesso Γ e Dominio del Cerchio Unitario
 -  La Rappresentazione nel Piano Complesso (u, v)
 -  Vincoli Energetici e Passività del Sistema
 -  Topologia del Cerchio Unitario
 -  Derivazione Analitica dei Cerchi a Resistenza Costante (r)
 -  Proprietà Geometriche dei Cerchi di Resistenza (r)
 -  Il Punto di Tangenza Comune (Singolarità di Circuito Aperto)
 -  Configurazione Topologica del Piano
 -  Analisi Geometrica Ortogonale sul Piano della Carta di Smith
 -  Gli Archi a Reattanza Costante ($x = \pm 0.5$)
 -  Arco di Reattanza Induttiva ($x = +0.5$)
 -  Arco di Reattanza Capacitiva ($x = -0.5$)
 -  Arco di Reattanza Capacitiva ($x = -0.5$)

Modulo 2: Anatomia Dettagliata della Carta e Cerchi SWR Pag. 22

-  Struttura Topografica della Carta di Smith e Metodologia di Mappatura
-  **Direzionalità e Gradienti delle Componenti di Impedenza**
-  Ripartizione Emisferica dello Spazio Spettrale
-  Protocollo Pratico per l'Identificazione dei Punti d'Impedenza
-  Analisi Geometrica delle Condizioni Limite di Linea
-  Analisi Geometrica e Fisica dei Cerchi a SWR (ROS) Costante
-  Fondamento Fisico dello SWR e Dispersione Energetica
-  Proprietà Topologiche sul Piano Complesso
-  Metodologia Grafica: Tracciamento e Lettura Analitica
-  Il Dettaglio Mancante: La Rotazione e la Lunghezza della Linea
-  Dualità Circuitale e Trasformazione Geometrica tra Impedenza (Z) e Ammettenza (Y)
-  Fondamenti Teorici: Impedenza e Ammettenza Normalizzate
-  Protocollo Operativo per l'Inversione Grafica Direzionale
-  Giustificazione Analitica del Meccanismo di Simmetria
-  Proprietà di Ortogonalità e Mappatura Conforme nel Diagramma
-  Il Principio Matematico: La Mappatura Conforme
-  Manifestazione Geometrica delle Isolinee
-  Implicazioni Pratiche e Risoluzione Visiva

Modulo 3: Linee di Trasmissione e Comportamento del Cavo Reale Pag. 33

-  Evoluzione Spaziale dell'Impedenza lungo la Linea
-  Il Principio Fisico: Interferenza d'Onda e Profilo di Impedenza
-  Analisi Dettagliata delle Tre Variabili di Trasformazione
-  Risvolti Applicativi nella Progettazione a Radiofrequenza
-  Le Scale Perimetrali Esterne e la Metrologia della Lunghezza d'Onda (λ)
-  Il Concetto di Lunghezza d'Onda Elettrica (λ) come Unità di Misura
-  Analisi Strutturale delle Scale di Direzionalità
-  La Legge di Periodicità Spaziale e l'Invarianza a Mezza Onda (0.5λ)
-  Sintesi Operativa per l'Orientamento Grafico
-  La Linea di Trasmissione Dissipativa: Effetti dell'Attenuazione e delle Perdite Reali
-  Il Meccanismo Fisico: Dissipazione Termica e Attenuazione Lineare
-  Sintesi Comparativa: Linea Ideale vs Linea Reale
-  Schema riassuntivo per ricordare:
-  Quantificazione delle Perdite Lineari tramite i Parametri in Scala Radiale
-  Natura e Struttura Nominale delle Scale Radiali
-  Protocollo Metrologico Operativo (Fasi Esecutive)
-  Rilevanza Diagnostica nelle Reti a Radiofrequenza

Modulo 4: Tecniche di Adattamento di Impedenza a Elementi Concentrati (L-C) Pag. 43

-  1. Le Quattro Leggi Fondamentali di Trasformazione Topologica
 -  Topology in Serie: Spostamenti sul Piano delle Impedenze (Carta Z)
 -  Topology in Parallelo: Spostamenti sul Piano delle Ammettenze (Carta Y)
 -  Criteri di Sintesi e Regole di Orientamento del Progettista
 -  Classificazione Sistematica delle Otto Configurazioni delle Reti a "L"
 -  Le Due Macro-Famiglie e il Ruolo Selettivo nei Circuiti RF
 -  Comportamento Analitico dei Componenti nel Dominio della Frequenza
 -  Analisi Dettagliata delle Quattro Combinazioni Passa-Alto
 -  Criteri di Selezione della Cella a "L" sulla Carta di Smith
 -  In sintesi: perché sono raggruppate insieme?
-  2. Topologie di Tipo 2: Adattamento con Risposta Passa-Basso
 -  Principi di Funzionamento e Funzione di Trasferimento
 -  Comportamento Duale dei Componenti Reattivi
 -  Le Quattro Combinazioni Topologiche della Cella a "L"
 -  Criteri Rigorosi di Sintesi sulla Carta di Smith
 -  Le Regioni di Esclusione Topologica (*Forbidden Zones*)
 -  Definizione e Meccanismo Geometrico delle Regioni di Esclusione
 -  Analisi Sistematica dei Due Domini di Esclusione
 -  Metodologia Algoritmica per il Raggiungimento dell'Adattamento
 -  Sintesi Analitica: Transizione dai Valori Normalizzati ai Parametri Fisici ((H) e (F))
 -  I Componenti in SERIE (Ci muoviamo sulla Carta Z)
 -  I Componenti in PARALLELO (Ci muoviamo sulla Carta Y)
 -  Tabella di Conversione: Dai Valori Normalizzati ai Componenti Reali

- 🌐 La Transizione Fisica: Limiti degli Elementi Concentrati e Dimensioni Elettriche
- 💡 Il Principio Teorico: Segmenti di Linea come Elementi Reattivi
- 🔧 Strutture Elementari per l'Adattamento Distribuito
 - ⚙️ 1. Lo *Stub* (Segmento di Linea in Derivazione Shunt)
 - 📐 2. Il Trasformatore a un Quarto d'Onda ($\lambda/4$)
 - 🌀 Metodologia di Sintesi Grafica del Singolo Stub sul Diagramma
 - 📊 Analisi dei Vantaggi Sistemistici e Tecnologici
 - 📐 3. Progettazione e Calcolo del Singolo Stub in Derivazione (*Single-Stub Tuning*)
 - 📐 Le Due Variabili Geometriche Fondamentali
 - 🔧 Protocollo Esecutivo e Risvolti Circuitali
 - 📐 4. Teoria e Meccanismo Geometrico del Trasformatore a un Quarto d'Onda ($\lambda/4$)
- 🔄 L'Evoluzione Topologica sul Piano Complesso: L'Inversione Diametrica
- 💡 Formulazione Analitica e Sintesi Geometrica del Conduttore
- 📊 Sintesi Analitica e Comportamento Topologico del Trasformatore a $\lambda/4$ e delle Terminazioni dei Carichi
 - 📐 1. Il Teorema della Media Geometrica e Verifiche Numeriche
 - 📖 2. Mappatura Visiva sul Piano dell'Asse Reale della Carta di Smith
 - ⚠️ 3. Limitazioni Sistemistiche: La Risposta a Banda Stretta
 - 🔧 4. **Analisi Comparativa delle Terminazioni dello Stub: Cortocircuito vs Circuito Aperto**



La Carta di Smith è uno degli strumenti grafici più geniali mai inventati nell'ingegneria elettronica. Anche se oggi i computer fanno la maggior parte dei calcoli, questo diagramma circolare rimane fondamentale per visualizzare istantaneamente il comportamento dei segnali ad alta frequenza e delle onde radio.

1. Introduzione: Cos'è e a cosa serve

La Carta di Smith racchiude un piano matematico infinito dentro un singolo cerchio. Serve a calcolare visivamente come viaggia l'energia elettrica lungo i cavi ad alta frequenza (chiamate **linee di trasmissione**), come quelli che collegano una stazione radio alla sua antenna.

Il suo scopo principale è risolvere il problema del **disadattamento di impedenza**.

- Se l'antenna e il cavo non hanno la stessa impedenza (la resistenza totale al segnale), una parte dell'energia rimbalza indietro.
- Questo rimbalzo crea un'**onda riflessa** che può surriscaldare i circuiti o indebolire il segnale.
- La Carta di Smith permette di calcolare graficamente quali componenti aggiungere per annullare i rimbalzi.

2. La Storia: L'invenzione di Phillip Smith

Negli anni '30, il mondo della comunicazione stava cambiando rapidamente. Le prime trasmissioni radio commerciali stavano prendendo il volo e c'era bisogno di nuove tecnologie. Al centro di questa rivoluzione c'erano i famosi [Bell Telephone Laboratories](#), un luogo dove si radunavano le menti più brillanti dell'epoca. Tra queste spiccava un giovane ingegnere americano di nome **Phillip Hagar Smith**.

Il compito di Phillip era cruciale ma estremamente complicato. Doveva progettare antenne e linee di trasmissione per diffondere i segnali radio su lunghe distanze. Ogni giorno si trovava di fronte a una montagna di calcoli matematici ripetitivi e complessi. Il problema principale riguardava le onde stazionarie e il disadattamento di impedenza (la resistenza che un circuito oppone al passaggio della corrente). Se i calcoli non erano perfetti, l'energia della radio si disperdeva, rovinando la trasmissione.

a. La Fatica dei Calcoli Manuali

A quei tempi non esistevano i computer. Phillip e i suoi colleghi dovevano fare tutto a mano. Usavano formule lunghe pagine intere e i classici regoli calcolatori. Una sola antenna richiedeva ore e ore di lavoro, con un rischio altissimo di commettere errori.

Per calcolare come si comportava un segnale lungo un cavo, Smith doveva risolvere continuamente lunghe equazioni piene di **numeri complessi** (numeri formati da una parte reale e una parte immaginaria).

Ogni volta che cambiava la lunghezza del cavo o la frequenza della radio, doveva ricominciare da capo. Annoiato da questa ripetitività, Smith cercò un modo per rappresentare queste equazioni sotto forma di grafico.

Phillip, però, aveva una grande passione per i grafici. Fin da quando aveva imparato a usare il regolo, amava trasformare le formule matematiche in disegni. Era convinto che l'occhio umano potesse capire un problema molto più velocemente guardando un'immagine rispetto a una sfilza di numeri.

Il grafico di Smith, quindi, divenne subito uno standard mondiale perché permetteva di trovare la soluzione a problemi complessi in pochi secondi, usando semplicemente una matita, un righello e un compasso.

b. L'Intuizione della Carta di Smith

Nel 1939, dopo anni di tentativi e fogli scarabocchiati, Phillip ebbe un'idea geniale. Decise di racchiudere tutte quelle complesse formule matematiche all'interno di un unico diagramma circolare. Creò un sistema di cerchi e curve intrecciate che potevano mostrare istantaneamente il comportamento delle onde radio.

Phillip Smith pubblicò la prima versione del suo diagramma sulla rivista *Electronics*. Pochi mesi dopo, l'ingegnere giapponese Tōru Kurakawa sviluppò in modo indipendente un grafico molto simile.

Quell'invenzione prese il nome di [Carta di Smith](#). Grazie al suo diagramma, gli ingegneri non dovevano più passare le giornate a fare calcoli.

Bastava tracciare un punto sulla carta per trovare subito la soluzione corretta per l'antenna.

Il grafico di Smith divenne subito uno standard mondiale perché permetteva di trovare la soluzione a problemi complessi in pochi secondi, usando semplicemente una matita, un righello e un compasso.

Fu una vera e propria rivoluzione che accelerò lo sviluppo delle comunicazioni wireless. Ancora oggi, nell'era dei computer, la sua carta viene studiata e usata in tutto il mondo per progettare i moderni sistemi radar e gli smartphone.

Modulo 1: Fondamenti Analitici e Formalismo Matematico della Carta di Smith

La Carta di Smith costituisce una rappresentazione grafica planare basata su una trasformazione conforme. Essa permette la mappatura bidimensionale delle grandezze di un regime guidato, convertendo le relazioni algebriche complesse della linea di trasmissione in coordinate geometriche di immediata lettura.

Il Coefficiente di Riflessione Tensione (Γ)

In una linea di trasmissione operante in radiofrequenza, ogni discontinuità d'impedenza (disadattamento tra linea e carico) altera il regime d'onda stazionaria, generando un'onda riflessa (retrograda) che si sovrappone all'onda incidente (progressiva).

Il **coefficiente di riflessione (Γ)** è la grandezza adimensionale complessa che quantifica tale fenomeno. Si definisce rigorosamente come il rapporto tra l'ampiezza complessa dell'onda di tensione retrograda V^- e l'ampiezza complessa dell'onda di tensione progressiva V^+ , valutate alla sezione del carico:

$$\Gamma = \frac{V^-}{V^+}$$

La relazione analitica fondamentale che lega il coefficiente di riflessione alle costanti di circuito è espressa dalla seguente equazione:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Dove:

- Z_L rappresenta l'**impedenza complessa del carico** terminante la linea (es. un'antenna).
- Z_0 rappresenta l'**impedenza caratteristica** della linea di trasmissione (valore standardizzato nominale pari a 50 Ω o 75 Ω).

Condizioni Limite del Modulo di Γ

- **Adattamento Perfetto ($\Gamma = 0$):** Si verifica quando $Z_L = Z_0$. L'energia viene interamente trasferita al carico senza riflessioni d'onda.
- **Riflessione Totale ($|\Gamma| = 1$):** Si verifica in presenza di carichi reattivi puri, corto circuito ($Z_L = 0 \rightarrow \Gamma = -1$) o circuito aperto ($Z_L = \infty \rightarrow \Gamma = 1$). Tutta la potenza incidente viene riflessa verso la sorgente.

Nel piano complesso, il coefficiente di riflessione è un vettore espresso in coordinate polari dal modulo $|\Gamma|$ e dalla fase ϕ :

$$\Gamma = |\Gamma| \cdot e^{j\phi}$$

Poiché per i circuiti passivi il modulo del coefficiente di riflessione non può eccedere l'unità $|\Gamma| \leq 1$, l'intero dominio delle impedenze passive viene mappato rigorosamente all'interno del **cerchio di raggio unitario** nel piano complesso Γ .

L'Impedenza Normalizzata (z)

La Carta di Smith è un diagramma universale invariante rispetto all'impedenza caratteristica del sistema adottato. Per consentire tale universalità geometrica, è matematicamente necessario svincolare le grandezze dalle loro unità di misura assolute (Ω) attraverso un processo di **normalizzazione**.

a. Definizione di Impedenza di Carico (Z_L)

L'impedenza complessa Z_L rappresenta l'opposizione totale che il circuito offre al bando di corrente alternata alla frequenza di lavoro. È espressa come:

$$Z_L = R + jX$$

- **Resistenza (R):** Parte reale dell'impedenza. Rappresenta i meccanismi dissipativi (trasformazione dell'energia in calore) o radiativi (potenza irradiata dall'antenna).
- **Reattanza (X):** Parte immaginaria dell'impedenza, associata ai campi energetici accumulati (induttivi se $X > 0$), capacitivi se $X < 0$). Non dissipa potenza media, ma introduce sfasamenti tra tensione e corrente.

b. Formulazione della Normalizzazione

Definita Z_0 come l'impedenza caratteristica reale della linea di trasmissione, si definisce **impedenza normalizzata z** il rapporto adimensionale:

$$z = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{R}{Z_0} + j \frac{X}{Z_0} = r + jx$$

L'introduzione delle coordinate normalizzate trasforma l'origine del piano della Carta di Smith nel punto di coordinate (1,0), corrispondente alla condizione di perfetto adattamento d'impedenza.

Esemplificazione Numerica

Si consideri un sistema di trasmissione in radiofrequenza caratterizzato dai seguenti parametri operativi:

- Impedenza caratteristica della linea: $Z_0 = 50 \Omega$
- Impedenza complessa del carico: $Z_L = 100 + j50 \Omega$

Per mappare tale impedenza sulla Carta di Smith, si procede alla determinazione delle componenti normalizzate della resistenza (r) e della reattanza (x):

$$r = \frac{R}{Z_0} = \frac{100}{50} = 2$$

$$x = \frac{X}{Z_0} = \frac{50}{50} = 1$$

L'impedenza normalizzata risultante è pari a:

$$z = 2 + j1$$

Nel formalismo geometrico della Carta di Smith, questo punto è individuato univocamente dall'intersezione tra la famiglia di cerchi a resistenza normalizzata costante ($r = 2$) e la famiglia di archi a reattanza normalizzata costante ($x = 1$).

Semplificazione Analitica del Coefficiente Γ

L'introduzione dell'impedenza normalizzata consente di riscrivere la formulazione nativa del coefficiente di riflessione. Sostituendo $Z_L = z \times Z_0$ nell'equazione fondamentale, si ottiene la forma canonica semplificata:

$$\Gamma = \frac{z \cdot Z_0 - Z_0}{z \cdot Z_0 + Z_0} \Rightarrow \Gamma = \frac{z - 1}{z + 1}$$

Questa formula evidenzia l'eleganza matematica della Carta di Smith: la distanza geometrica di un punto z dal centro geometrico del diagramma (dove $z = 1 \rightarrow \Gamma = 0$) fornisce una misura diretta dell'entità del disadattamento del sistema e della potenza riflessa.

Geometria del Piano Complesso Γ e Dominio del Cerchio Unitario

La mappatura geometrica della Carta di Smith si sviluppa interamente all'interno del piano complesso associato al coefficiente di riflessione Γ . Questa rappresentazione grafica traduce le proprietà elettriche di un regime guidato in coordinate spaziali bidimensionali.

La Rappresentazione nel Piano Complesso (u, v)

Il coefficiente di riflessione vettoriale Γ è una grandezza intrinsecamente complessa. Essa non esprime soltanto il rapporto tra le ampiezze dei segnali (il modulo), ma quantifica anche lo sfasamento temporale relativo (la fase) tra l'onda di tensione retrograda e quella progressiva.

Per operare geometricamente su questa grandezza, si adotta un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, dove il piano complesso viene parametrizzato mediante due assi ortogonali:

- **Asse delle ascisse (u):** Rappresenta la componente reale del coefficiente di riflessione $\{\text{Re} [\Gamma]\}$.
- **Asse delle ordinate (v):** Rappresenta la componente immaginaria del coefficiente di riflessione $\{\text{Im} [\Gamma]\}$.

La formulazione algebrica canonica in coordinate rettangolari è definita come:

$$\Gamma = u + jv$$

Sotto il profilo analitico, questa espressione determina l'esatta posizione del punto di funzionamento sul piano grafico: la coordinata (u) individua lo spostamento orizzontale rispetto all'origine, mentre la coordinata (v) ne stabilisce la quota verticale.

Regola geometrica:

Tutto il mondo ad alta frequenza è confinato dentro un cerchio di raggio 1

● Vincoli Energetici e Passività del Sistema

La delimitazione geometrica della Carta di Smith è regolata dal principio di conservazione dell'energia applicato ai circuiti passivi. Un sistema si definisce passivo quando non contiene sorgenti interne di generazione in grado di incrementare la potenza del segnale incidente.

Dal punto di vista termodinamico e circuitale, la potenza riflessa verso la sorgente (P_r) non può, in alcun caso, eccedere la potenza incidente erogata dalla sorgente stessa (P_i).

Il bilancio energetico impone la seguente relazione di disuguaglianza:

$$P_r \leq P_i \implies \frac{P_r}{P_i} \leq 1$$

Poiché il rapporto tra la potenza riflessa e la potenza incidente equivale al quadrato del modulo del coefficiente di riflessione ($|\Gamma|^2 = P_r/P_i$), si deduce rigorosamente che:

$$|\Gamma|^2 \leq 1 \implies |\Gamma| = \sqrt{u^2 + v^2} \leq 1$$

Scenari Operativi Limite:

- **Riflessione Nulla ($|\Gamma| = 0$):** La potenza incidente viene interamente dissipata o irradiata dal carico utile ($P_r = 0$).
- **Riflessione Totale ($|\Gamma| = 1$):** La potenza incidente viene respinta al 100% verso il generatore ($P_r = P_i$). Questo accade in presenza di discontinuità estreme come il corto circuito, il circuito aperto o reattanze pure.
- **Regime Dissipativo Ordinario ($0 < |\Gamma| < 1$):** Una quota frazionaria della potenza viene riflessa a causa del disadattamento parziale delle impedenze.

● Topologia del Cerchio Unitario

L'equazione analitica $|\Gamma| \leq 1$ definisce, nello spazio geometrico (u,v) , un **cerchio di raggio unitario** centrato nell'origine degli assi cartesiani $(0,0)$. Questa regione circolare racchiude l'intero universo dei comportamenti circuitali passivi ad alta frequenza.

L'analisi topologica del cerchio permette di identificare tre regioni fondamentali per l'ingegneria delle microonde:

- **Il Centro Geometrico ($u=0, v=0$):** Rappresenta la condizione ideale di perfetto adattamento elettrico ($\Gamma = 0$). In questo punto, l'impedenza del carico coincide esattamente con l'impedenza caratteristica della linea ($Z_L = Z_0$).
- **La Circonferenza Esterna ($|\Gamma|=1$):** Costituisce il luogo geometrico dei carichi reattivi puri (privi di componente resistiva, $R = 0$). Sulla periferia del cerchio si ha la massima stazionarietà dell'onda e il totale rigetto dell'energia.
- **I Punti Interni ($|\Gamma| < 1$):** Rappresentano lo spazio d'azione reale di tutti i dispositivi RF passivi (antenne, filtri, linee di trasmissione reali). Ciascun punto corrisponde a una specifica combinazione di resistenza e reattanza.

L'intuizione matematica di Phillip Smith risiede nell'aver applicato una trasformazione conforme (bilineare) in grado di proiettare il semipiano destro delle impedenze complesse (un semipiano infinito avente $R \geq 0$) all'interno di questo spazio geometrico limitato e circolare. Ciò consente l'analisi grafica di qualsiasi circuito su un supporto bidimensionale finito.

Derivazione Analitica dei Cerchi a Resistenza Costante (r)

La determinazione geometrica dei cerchi a resistenza costante sul piano complesso (u, v) rappresenta uno dei passaggi fondamentali per la costruzione della Carta di Smith. Dal punto di vista analitico, isolando il parametro resistivo r e combinando le definizioni di impedenza normalizzata e coefficiente di riflessione, si genera l'equazione canonica di una fitta famiglia di circonferenze.

Il Principio Teorico: Mappatura dal Piano z al Piano Γ

Come dimostrato nel paragrafo precedente, l'intero dominio delle impedenze passive deve essere confinato all'interno del cerchio unitario sul piano del coefficiente di riflessione Γ , tale per cui $|\Gamma| \leq 1$.

Il problema geometrico affrontato da Phillip Smith consisteva nel determinare il luogo dei punti occupato da un valore resistivo puro normalizzato (ad esempio, $r = 1$ o $r = 2$) all'interno di questo spazio semigrafico.

Per risolvere analiticamente l'interrogativo, si parte dalla definizione dell'impedenza normalizzata z :

$$z = r + jx$$

Si pone la relazione fondamentale che lega z al coefficiente di riflessione complesso $\Gamma = u + jx$:

$$z = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = \frac{1 + (u + jv)}{1 - (u + jv)}$$

Separando la parte reale da quella immaginaria mediante la razionalizzazione del denominatore, ed eliminando la reattanza x dal sistema, si ottiene una relazione geometrica pura.

Questo significa che, per un valore fisso di resistenza normalizzata r , tutti i possibili stati di impedenza del circuito si dispongono lungo il perimetro di una circonferenza perfetta sul piano (u, v) .

Proprietà Geometriche dei Cerchi di Resistenza (r)

L'equazione algebrica risultante dalla separazione dei componenti descrive una famiglia di cerchi le cui proprietà cartesiane (centro, raggio e punti di intersezione) sono rigidamente regolate dal valore del parametro (r):

$$\left(u - \frac{r}{r+1}\right)^2 + v^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2$$

Il Centro del Cerchio

I centri di tutte le circonferenze della resistenza si trovano costantemente vincolati sull'asse reale del piano complesso, dove la componente immaginaria è nulla ($v = 0$).

Le coordinate del centro $\backslash(C\backslash)$ sono definite dalla funzione:

$$C = \left(\frac{r}{r+1}, 0\right)$$

- **Condizione limite ($r = 0$):** Il centro si posiziona in $(0,0)$, coincidendo perfettamente con l'origine degli assi della Carta di Smith.
- **All'aumentare di r :** Il centro trasla progressivamente verso destra lungo l'asse orizzontale. Per $r = 1$, le coordinate diventano $C = (0.5, 0)$.

Il Raggio del Cerchio

L'estensione geometrica della circonferenza è inversamente proporzionale al valore della resistenza normalizzata. La formula analitica del raggio $\backslash(R\backslash)$ è:

$$R = \frac{1}{r+1}$$

- **Condizione limite ($r = 0$):** Il raggio assume valore unitario ($R = 1$). La circonferenza coincide con il bordo esterno della Carta di Smith.
- **All'aumentare di r :** Il raggio si contrae progressivamente. Per ($r = 1$), si ottiene ($R = 0.5$).
- Asintoticamente, per valori di $(r \rightarrow \infty)$, il raggio tende a zero ($R \rightarrow 0$), riducendo il cerchio a un punto singolo.

📌 Il Punto di Tangenza Comune (Singularità di Circuito Aperto)

Una proprietà fondamentale di questa famiglia di curve è la presenza di un punto di accumulazione comune a tutti i cerchi, indipendentemente dal valore di r .

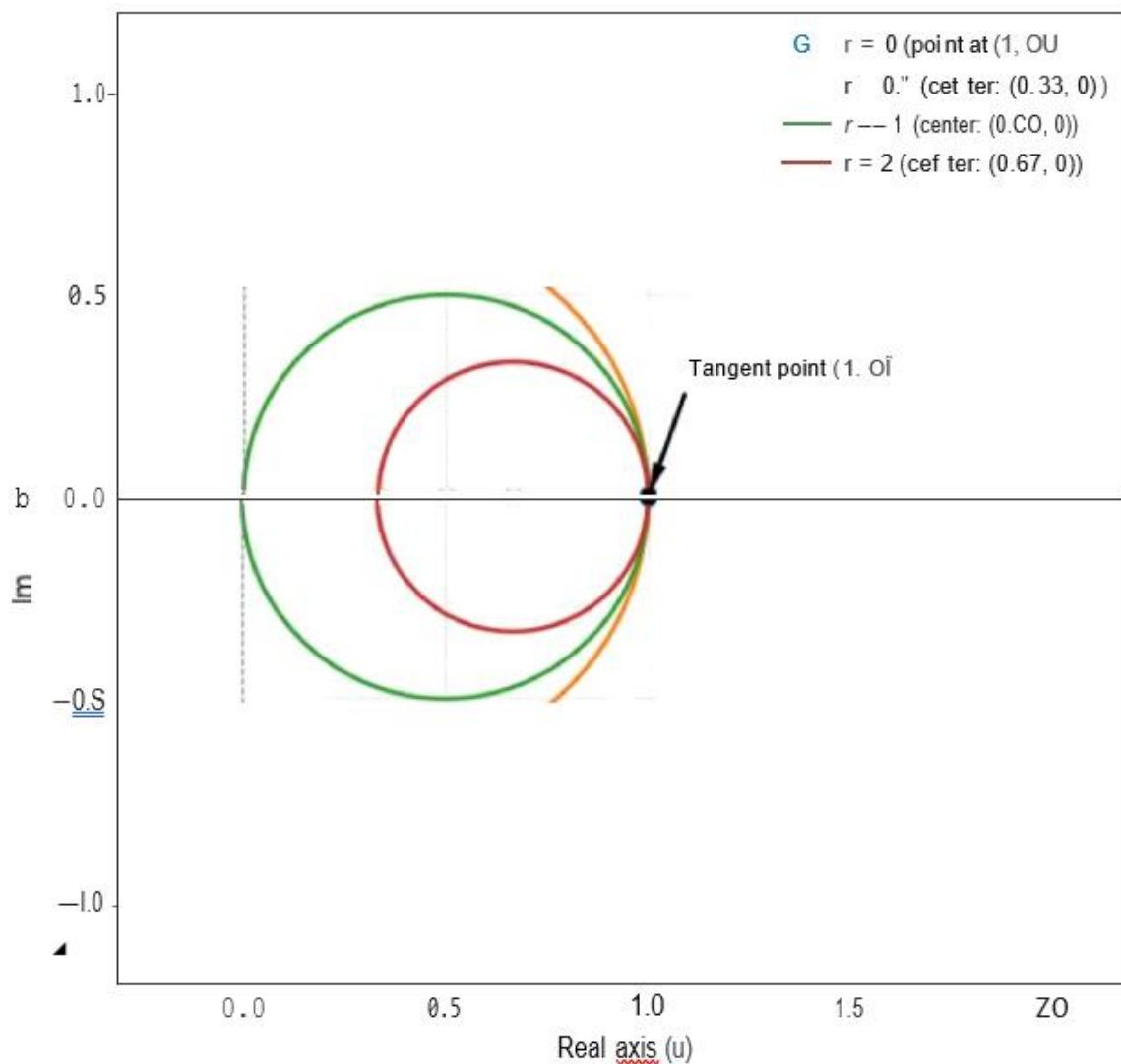
- Tutti i cerchi convergono e si toccano tangenzialmente all'estrema destra dello spazio cartesiano, nel punto di coordinate (1,0).
- In questa coordinata ideale, il valore della resistenza normalizzata diventa infinitamente grande ($r = \infty$).
- Sotto il profilo fisico-elettrico, questa singolarità rappresenta la condizione di **circuito aperto**: l'assenza di continuità galvanica impedisce il flusso di corrente, determinando il riflesso totale dell'energia d'onda verso la sorgente.

🎨 Configurazione Topologica del Piano

Tracciando una pluralità di curve per differenti valori discreti (es. $r = 0, 0.5, 1, 2, 5$), si sviluppa una famiglia di cerchi eccentrici ma intrinsecamente legati:

- Risultano strettamente interni l'uno all'altro all'aumentare del valore resistivo.
- Condividono l'orizzonte tangenziale destro nel polo di circuito aperto (1,0).
- Il cerchio associato a $r = 1$ interseca l'origine esatta della carta. Questa traiettoria è il luogo geometrico più rilevante del grafico: individua la condizione di **perfetto adattamento di impedenza** con la linea di trasmissione standardizzata (impedenza di carico uguale all'impedenza caratteristica, ovvero assenza totale di onde riflesse).

Smith Chart Resistance Circles ($r = 0, 0.5, 1, 2$)



Analisi Geometrica Ortogonale sul Piano della Carta di Smith

Il diagramma geometrico rappresenta la mappatura simultanea delle componenti resistive e reattive sul piano complesso del coefficiente di riflessione $\Gamma = u + jv$. Questa configurazione grafica permette di visualizzare l'andamento dell'impedenza normalizzata

$z = r + jx$ evidenziando le intersezioni ortogonali tra i luoghi geometrici a componente costante.

Il Cerchio a Resistenza Costante ($r = 0.5$)

Il luogo geometrico associato a un valore resistivo costante pari a ($r = 0.5$) si manifesta come una circonferenza perfetta, interna al cerchio unitario di bordo ($|\Gamma| \leq 1$).

- **Coordinate del Centro:** Applicando la relazione analitica

$$C = \left(\frac{r}{r+1}, 0 \right)$$

il centro si colloca nel punto cartesiano:

$$C = \left(\frac{0.5}{0.5+1}, 0 \right) = \left(\frac{1}{3}, 0 \right) \approx (0.33, 0)$$

- **Dimensione del Raggio:** Calcolato mediante la formula

$$R = \frac{1}{r+1}$$

il raggio assume il valore statico:

$$R = \frac{1}{0.5+1} = \frac{2}{3} \approx 0.67$$

- **Comportamento Topologico:** Espandendosi dall'asse reale, la curva interseca l'asse orizzontale u nel punto di minima distanza dall'origine $u = -1/3$ e converge asintoticamente nel polo destro di circuito aperto $(1,0)$.

Gli Archi a Reattanza Costante ($x = \pm 0.5$)

Le componenti immaginari dell'impedenza (reattance induttive e capacitive) si sviluppano sul piano geometrico come archi di cerchio i cui centri sono vincolati lungo la retta verticale di ascissa unita $u = 1$. L'equazione canonica che governa queste curve è:

$$(u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

Arco di Reattanza Induttiva ($x = +0.5$)

- **Geometria del Centro:** Posizionato nel semipiano superiore a coordinate $C_x = (1, 1/0.5) = (1, 2)$.

- **Raggio di Curvatura:** Pari a $R_x = 1/0.5 = 2$.
- **Significato Fisico:** Rappresenta una reattanza di tipo **induttivo**. L'arco si sviluppa esclusivamente nell'emisfero superiore del diagramma ($\nu > 0$).

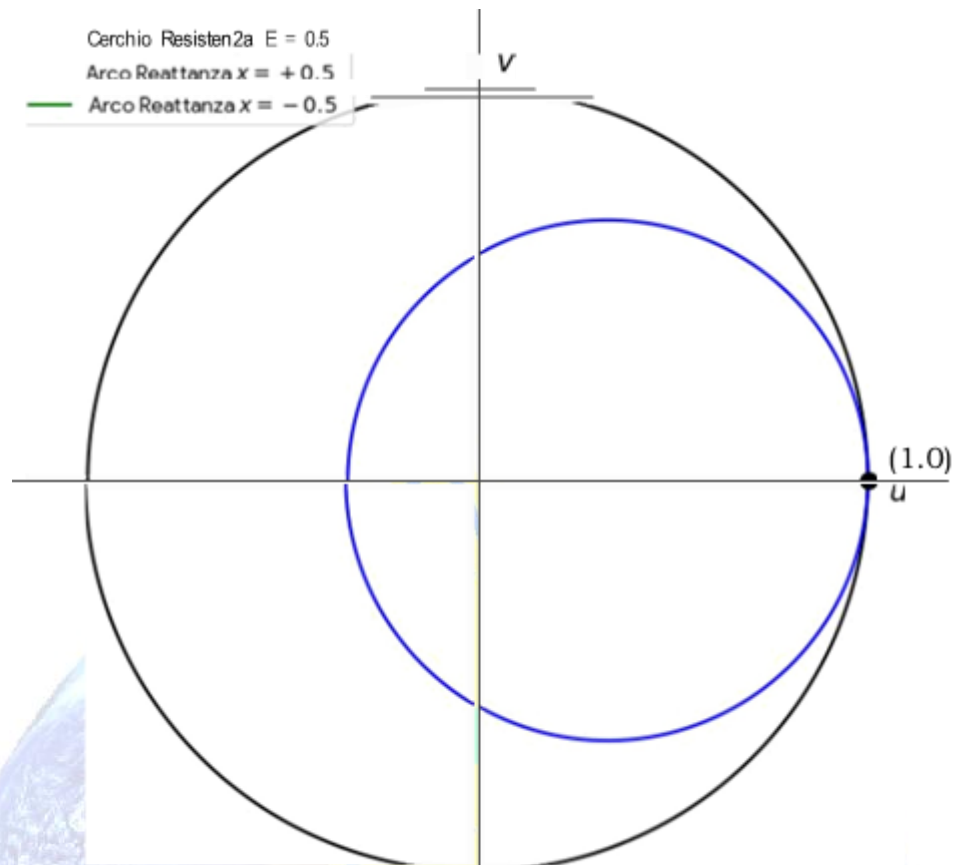
● Arco di Reattanza Capacitiva ($x = -0.5$)

- **Geometria del Centro:** Posizionato specularmente nel semipiano inferiore a coordinate $C_x = (1, -2)$.
- **Raggio di Curvatura:** Uguale in modulo, pari a $R_x = 2$.
- **Significato Fisico:** Identifica una reattanza di tipo **capacitivo**. L'arco occupa l'emisfero inferiore del diagramma ($\nu < 0$).

✚ Arco di Reattanza Capacitiva ($x = -0.5$)

La disposizione spaziale di queste traiettorie rivela due pilastri fondamentali della sintesi dei circuiti a radiofrequenza:

1. **Invarianza del Punto di Tangenza (1,0):** Sia il cerchio di resistenza ($r = 0.5$) sia le traiettorie di reattanza ($x = \pm 0.5$) convergono tangenzialmente nel medesimo nodo geometrico all'estrema destra. Questo punto rappresenta il limite per il quale l'impedenza tende a infinito ($|z| \rightarrow \infty$).
2. **Intersezione Conforme (Ortogonalità):** Nel punto di incontro interno alla carta tra il cerchio blu e gli archi rosso e verde, le curve si intersecano formando angoli retti (90°). Questa proprietà di ortogonalità deriva dalla natura analitica della trasformazione conforme che genera la Carta di Smith, garantendo una lettura geometrica non distorta dei parametri circuitali.



Modulo 2: Anatomia Dettagliata della Carta e Cerchi SWR

In questo modulo analizziamo ogni millimetro del grafico. Impariamo a leggere le scale numeriche senza fare errori e scopriamo la geometria dei cerchi di riflessione.

Struttura Topografica della Carta di Smith e Metodologia di Mappatura

Il reticolo della Carta di Smith costituisce un sistema di coordinate curvilinee ortogonali sovrapposto al piano del coefficiente di riflessione $\Gamma = u + jv$. Per interpretare correttamente la complessa griglia millimetrica e operare graficamente sulle impedenze normalizzate $z = r + jx$, è necessario analizzare i vettori di crescita e i confini fisici dei parametri fondamentali.

Direzionalità e Gradienti delle Componenti di Impedenza

Il posizionamento dei valori numerici segue un gradiente geometrico predefinito che permette l'orientamento immediato all'interno del diagramma:

- **Componente Resistiva Pura ($\backslash(r\backslash)$):** I valori crescono in modo non lineare lungo l'asse orizzontale centrale da sinistra verso destra.
 - **$r = 0$:** Vincolato all'estrema periferia sinistra (punto di cortocircuito).
 - **$r = 1$:** Collocato al centro geometrico esatto dell'ortogonalità (polo di adattamento della linea).
 - **$r \rightarrow \infty$:** Convergente sulla singolarità posta all'estrema periferia destra (punto di circuito aperto).
- **Componente Reattiva Pura ($\backslash(x\backslash)$):** L'intensità del modulo cresce muovendosi dall'asse orizzontale verso il perimetro esterno della carta.
 - **Emisfero Superiore ($+jx$):** Accoglie i valori di natura induttiva. Le traiettorie presentano una curvatura convessa verso l'alto.
 - **Emisfero Inferiore ($-jx$):** Accoglie i valori di natura capacitiva. Le traiettorie presentano una curvatura convessa verso il basso.

Ripartizione Emisferica dello Spazio Spettrale

L'asse delle ascisse reali ($v = 0$) funge da piano di simmetria orizzontale, dividendo la Carta di Smith in macro-regioni a seconda del comportamento energetico del carico:

- **L'Emisfero Nord ($\text{Im}\{\Gamma\} > 0$):** Rappresenta il semipiano induttivo. In questa regione, l'impedenza normalizzata possiede una reattanza positiva ($+jx$), caratteristica fisica dei componenti induttori (bobine) a radiofrequenza.
- **L'Emisfero Sud ($\text{Im}\{\Gamma\} < 0$):** Rappresenta il semipiano capacitivo. L'impedenza normalizzata manifesta una reattanza negativa ($-jx$), corrispondente al comportamento di elementi condensatori.
- **L'Asse Reale Centrale ($v = 0$):** Costituisce il luogo dei punti a reattanza nulla ($x = 0$). Rappresenta la condizione di risonanza o di carico puramente resistivo.

📌 Protocollo Pratico per l'Identificazione dei Punti d'Impedenza

L'intersezione conforme delle famiglie di curve consente la mappatura univoca di qualsiasi valore di impedenza. Preso in esame l'esempio analitico di un carico normalizzato pari a:

$$z=2+j1\backslash$$

Il protocollo grafico prevede tre passaggi sequenziali:

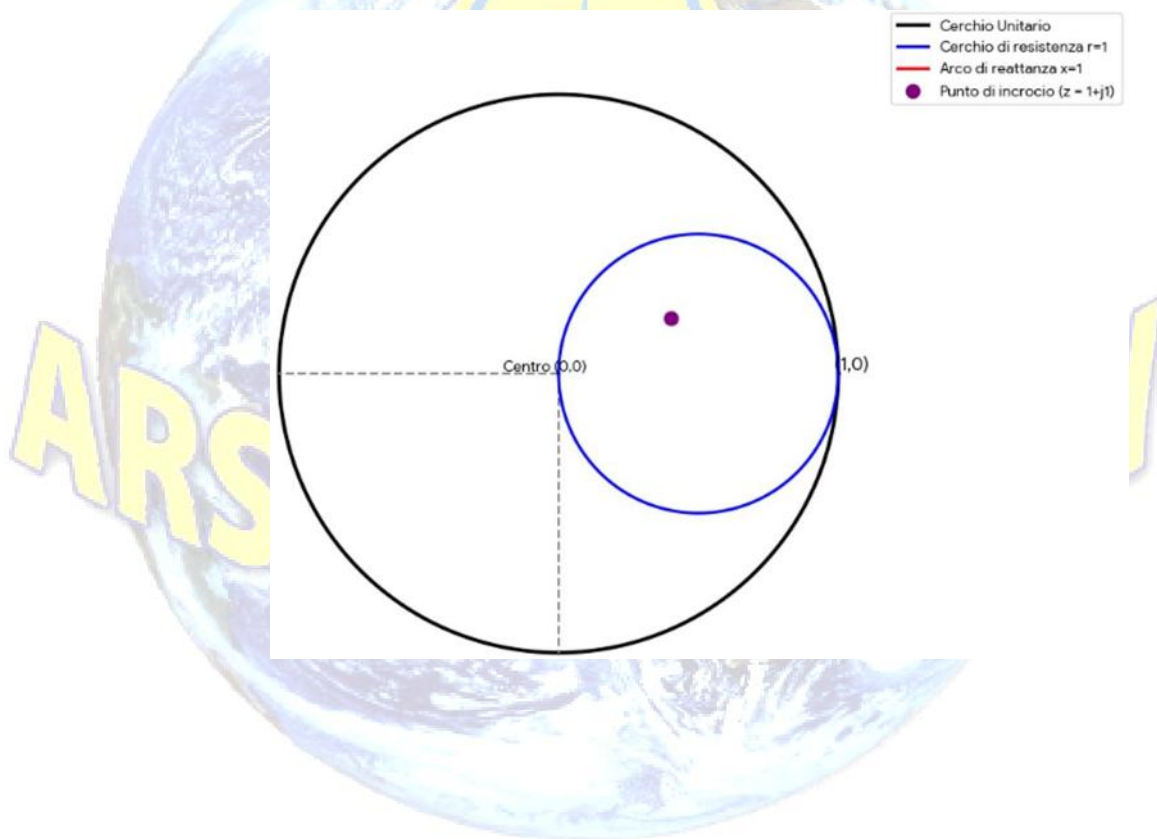
1. **Isolamento del Cerchio Resistivo:** Si individua sull'asse centrale il valore $r = 2$ e si traccia (o si segue visivamente) la circonferenza passante per quel punto.
2. **Isolamento dell'Arco Reattivo:** Sfruttando la presenza del segno positivo della parte immaginaria ($+j$), ci si sposta nell'emisfero superiore fino a localizzare l'arco numerato con valore distintivo $x = 1$.
3. **Determinazione del Punto Singolo:** Il punto di giunzione geometrica in cui il cerchio $r = 2$ interseca l'arco $x = +1$ individua la coordinata cartesiana esatta Γ del circuito sul diagramma (corrispondente al valore matematico $\Gamma = 0.4 + j0.2$).

★ Analisi Geometrica delle Condizioni Limite di Linea

Ai confini opposti del diametro centrale si collocano le due singolarità fisiche fondamentali dell'ingegneria elettrica:

[Cortocircuito]	[Circuito Aperto]
$(z = 0)$	$(z = \infty)$
Punto $(-1,0)$	Punto $(1,0)$

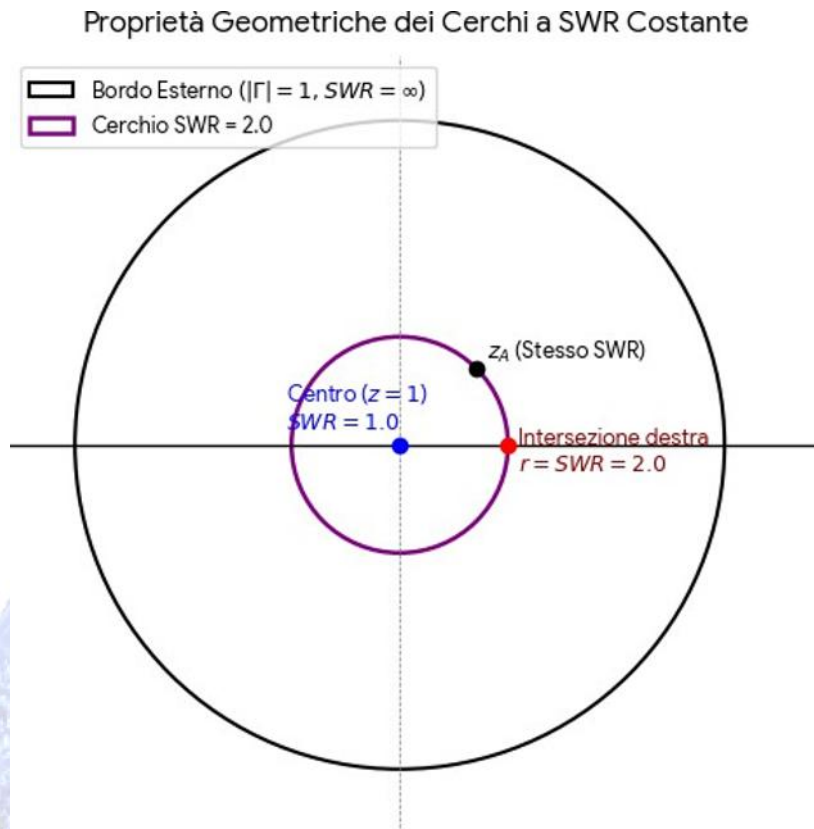
- **Polo di Circuito Aperto (CA):** Localizzato alle coordinate cartesiane $\Gamma = (1, 0)$. Rappresenta lo stato limite in cui l'impedenza tende a infinito ($z \rightarrow \infty$), configurando una discontinuità fisica in cui la linea è interrotta e il coefficiente di riflessione assume valore unitario positivo ($\Gamma = 1$).
- **Polo di Cortocircuito (CC):** Localizzato sul versante opposto alle coordinate cartesiane $\Gamma = (-1, 0)$. Identifica lo stato a impedenza nulla ($z = 0$), dove la resistenza e la reattanza si annullano simultaneamente per il contatto diretto dei conduttori, generando un coefficiente di riflessione pari a $\Gamma = -1$.



Analisi Geometrica e Fisica dei Cerchi a SWR (ROS) Costante

Il Rapporto di Onda Stazionaria (indicato internazionalmente come **SWR**, *Standing Wave Ratio*, o in ambito italiano come **ROS**) costituisce il parametro numerico fondamentale per quantificare il grado di disadattamento di un'impedenza rispetto a una linea di trasmissione caratteristica. Dal punto di vista geometrico, la

rappresentazione dello SWR sulla Carta di Smith si traduce in una famiglia di curve di estrema regolarità e simmetria.



Fondamento Fisico dello SWR e Dispersione Energetica

Nelle applicazioni a radiofrequenza, quando un'onda elettromagnetica viaggia lungo un cavo coassiale verso un carico (come un'antenna), un disadattamento tra le rispettive impedenze impedisce il trasferimento totale della potenza. L'energia non assorbita viene riflessa verso il generatore sotto forma di onda retrograda.

La sovrapposizione dell'onda incidente e dell'onda riflessa genera un'**onda stazionaria**, caratterizzata da nodi (punti di minimo) e ventri (punti di massimo) di tensione. Lo SWR è definito analiticamente come il rapporto tra il valore massimo e il valore minimo di tale tensione lungo la linea:

$$SWR = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

Dove $|\Gamma|$ è il modulo del coefficiente di riflessione. L'impatto pratico di questo parametro si divide in scenari limite:

- **SWR = 1.0 (Adattamento Perfetto):** Condizione ideale in cui $|\Gamma| = 0$. Tutta l'energia viene trasferita al carico, la potenza riflessa è nulla e l'efficienza del sistema è pari al 100%.
- **SWR > 1.0 (Disadattamento Progressivo):** Valori superiori (es. 2.0, 3.0 o maggiori) indicano che una frazione significativa di potenza torna indietro come eco. Questa energia non trasmessa si dissipa in calore lungo la linea o sui componenti finali del trasmettitore, riducendo la portata utile e rischiando di danneggiare i dispositivi a stato solido.

Proprietà Topologiche sul Piano Complesso

A differenza delle traiettorie delle componenti resistive e reattive, che risultano eccentriche o asimmetriche, i cerchi a SWR costante godono di proprietà geometriche centrali:

1. La Configurazione Geometrica: Cerchi Concentrici

I cerchi a SWR costante sono circonferenze perfette aventi come centro l'origine degli assi cartesiani del piano complesso $((u, v))$, ovvero il punto di coordinate:

$$C_r = (0, 0)$$

Nel sistema delle impedenze normalizzate, questo centro esatto corrisponde al valore ideale $z = 1 + j0$. Le curve si sviluppano in modo analogo alle onde circolari generate da una perturbazione puntiforme in un fluido ideale: si espandono verso l'esterno all'aumentare del disadattamento, non si intersecano mai tra loro e rimangono confinate all'interno del limite unitario $|\Gamma| = 1$.

2. Il Significato Fisico: Isolinee di Dissipazione Energetica

Ogni cerchio SWR rappresenta un **luogo geometrico a modulo del coefficiente di riflessione costante ($|\Gamma| = \text{costante}$)**.

Muovendosi lungo il perimetro di una specifica circonferenza, i singoli valori di impedenza resistiva r e reattiva x cambiano continuamente in base alla coordinata angolare. Tuttavia, la frazione di potenza riflessa e la perdita di ritorno (*Return Loss*) rimangono matematicamente invariate in ogni punto della linea.

Metodologia Grafica: Tracciamento e Lettura Analitica

L'utilizzo pratico di queste curve sulla carta stampata sfrutta la simmetria geometrica radiale attraverso regole operative rigorose:

A. Il Protocollo di Tracciamento

La costanza del raggio rispetto al centro rende l'operazione immediata tramite l'uso di un compasso:

1. Si posiziona l'ago metallico del compasso al **centro geometrico esatto** della Carta di Smith ($z = 1.0$, corrispondente all'origine degli assi del piano Γ).
2. Si estende l'apertura dello strumento fino a intersecare il punto dell'impedenza normalizzata precedentemente calcolato (ad esempio, il valore d'incrocio $z_A = 2 + j1$).
3. Effettuando una rotazione completa di 360° , la traccia descritta individua graficamente tutti i possibili stati di impedenza che la linea può assumere manifestando lo stesso identico livello di disadattamento.

B. Il Criterio di Lettura Diretta del Valore

Per ricavare il valore numerico puro dello SWR senza ricorrere a calcoli algebrici, la griglia possiede una scala fissa definita dall'intersezione matematica:

- Si segue l'andamento del cerchio tracciato fino al suo punto di intersezione con l'**asse orizzontale centrale destro** (il segmento reale positivo, compreso tra l'origine (0,0) e il polo di circuito aperto (1,0)).
- In questa specifica regione della carta, la componente reattiva è nulla ($x = 0$) e la relazione matematica dimostra che l'impedenza normalizzata resistiva coincide esattamente con il valore dello SWR:

$$z = r = SWR$$

- Il valore numerico letto direttamente sulla scala d'intersezione dell'asse destro (es. 1.5, 2.0, 3.0\)) esprime il Rapporto di Onda Stazionaria cercato.

Il Dettaglio Mancante: La Rotazione e la Lunghezza della Linea

Un aspetto fondamentale omissso nella trattazione semplificata è il legame tra il cerchio SWR e lo spostamento fisico lungo il cavo.

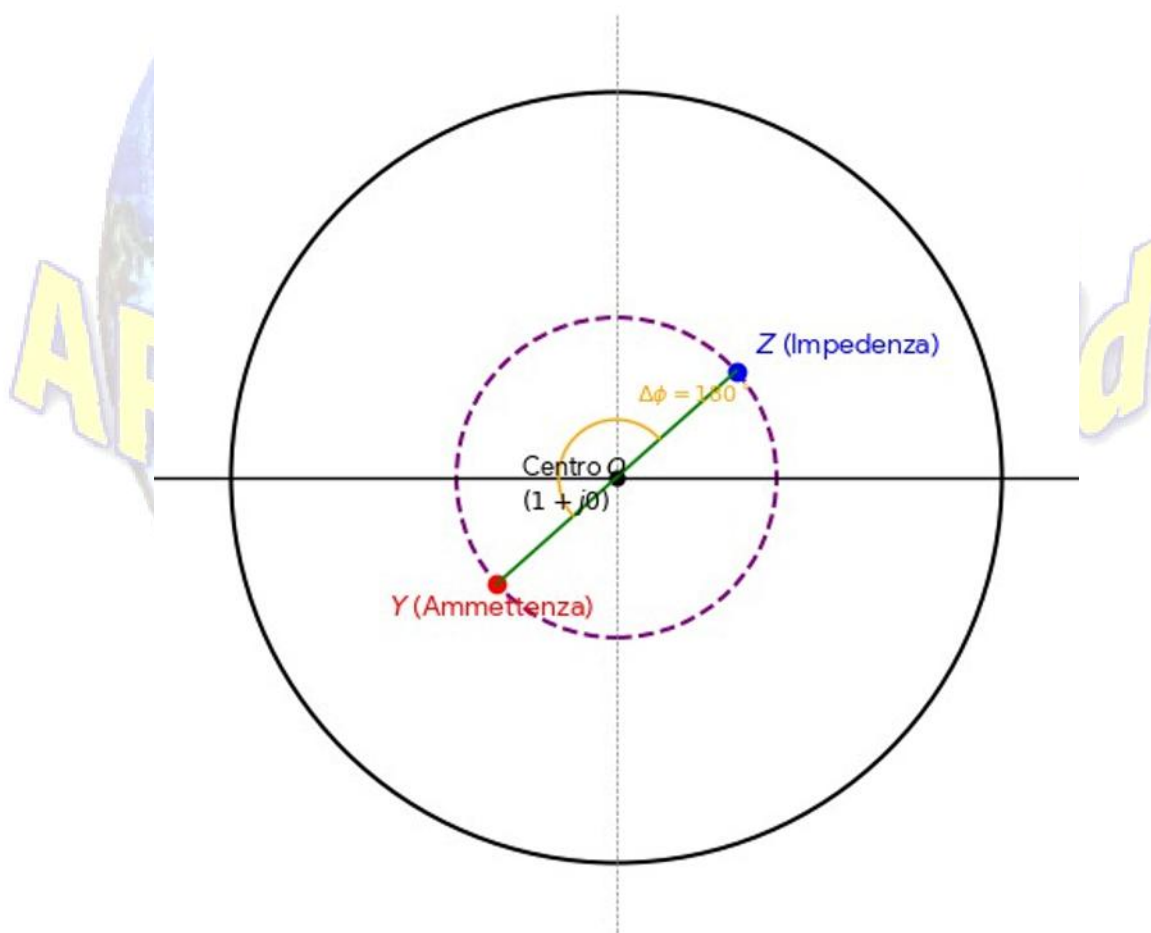
Quando ci si sposta fisicamente lungo la linea di trasmissione dal carico verso il generatore, il punto d'impedenza non salta in modo disordinato, ma **ruota in senso orario** lungo il perimetro del cerchio SWR costante appena tracciato.

Una rotazione completa sul cerchio corrisponde esattamente a una distanza percorsa sul cavo pari a **mezza lunghezza d'onda ($\lambda/2$)**. Questo fenomeno dimostra graficamente la periodicità spaziale delle impedenze nelle linee ad alta frequenza.

🌀 Dualità Circuitale e Trasformazione Geometrica tra Impedenza (Z) e Ammettenza (Y)

Nello studio delle reti a radiofrequenza e delle strutture di adattamento a elementi distribuiti, sorge frequentemente la necessità di alternare l'analisi in termini di **impedenza** (configurazioni in serie) con quella in termini di **ammettenza** (configurazioni in parallelo). La Carta di Smith risolve l'operazione di inversione complessa in modo puramente grafico, sfruttando le proprietà di simmetria centrale del piano del coefficiente di riflessione.

Meccanismo di Inversione Geometrica ($Z \leftrightarrow Y$)



🔍 Fondamenti Teorici: Impedenza e Ammettenza Normalizzate

Sotto il profilo fisico-elettrico, i due parametri descrivono in modo duale il comportamento del circuito nei confronti del flusso di corrente:

- **Impedenza Normalizzata (z):** Rappresenta l'opposizione complessiva esercitata dal circuito alla propagazione dell'onda di corrente. È definita dalla somma della componente resistiva e reattiva:

$$z = r + jx$$

- **Ammettenza Normalizzata (y):** Esprime la facilità con cui il circuito si lascia attraversare dal flusso di carica elettrica. Si compone della conduttanza (g) e della suscettanza (b):

$$y = g + jb$$

- **Relazione di Reciprocità:** Matematicamente, l'ammettenza è il reciproco esatto dell'impedenza:

$$y = \frac{1}{z}$$

Eseguire analiticamente la divisione tra numeri complessi ($1 / (r + jx)$) richiede la razionalizzazione del denominatore e calcoli algebrici laboriosi. Sulla Carta di Smith, l'inversione numerica si traduce in una manipolazione geometrica elementare e priva di margini d'errore di calcolo.

✂ Protocollo Operativo per l'Inversione Grafica Direzionale

La conversione manuale di un punto di impedenza Z nel rispettivo valore di ammettenza (Y) si esegue in quattro passaggi sequenziali rigorosi:

1. **Localizzazione del Punto di Impedenza (Z):** Si identifica sulla griglia il valore normalizzato di partenza intersecando il cerchio a resistenza costante r e l'arco a reattanza costante x . Questo nodo geometrico viene marcato sul diagramma come punto Z .
2. **Tracciamento del Luogo Geometrico a SWR Costante:** Si posiziona l'ago metallico di un compasso nel centro geometrico della carta (coordinate cartesiane $(0,0)$, corrispondenti all'adattamento ideale $z = 1.0$ e si estende l'apertura fino al punto Z . Si traccia una circonferenza concentrica completa, la quale rappresenta il luogo geometrico a modulo del coefficiente di riflessione costante ($|\Gamma| = \text{costante}$).
3. **Proiezione Diametrale (Inversione di Fase):** Mediante l'ausilio di una riga o di un righello, si traccia un segmento rettilineo continuo che unisce il punto Z con il centro geometrico del diagramma, prolungando la traiettoria sul versante opposto della circonferenza.
4. **Identificazione del Punto di Ammettenza (Y):** Il punto di intersezione esatto tra la retta di proiezione e la semisfera opposta del cerchio a SWR costante individua la coordinata dell'ammettenza normalizzata Y . La lettura delle coordinate

curvilinee su questo nuovo punto restituirà direttamente i valori di conduttanza g e suscettanza b .



Giustificazione Analitica del Meccanismo di Simmetria

Il motivo per cui una rotazione geometrica pari a un angolo piatto (180°) sul cerchio a SWR costante corrisponde esattamente all'operazione matematica di inversione complessa risiede nella definizione del coefficiente di riflessione Γ .

Esprimendo la relazione che lega l'impedenza z al coefficiente Γ_z :

$$\Gamma_z = \frac{z - 1}{z + 1}$$

Se si calcola il coefficiente di riflessione associato all'ammettenza reciproca ($y = 1/z$), si ottiene:

$$\Gamma_y = \frac{y - 1}{y + 1} = \frac{\frac{1}{z} - 1}{\frac{1}{z} + 1} = \frac{1 - z}{1 + z} = -\left(\frac{z - 1}{z + 1}\right) = -\Gamma_z$$

L'identità $\Gamma_y = -\Gamma_z$ dimostra analiticamente che:

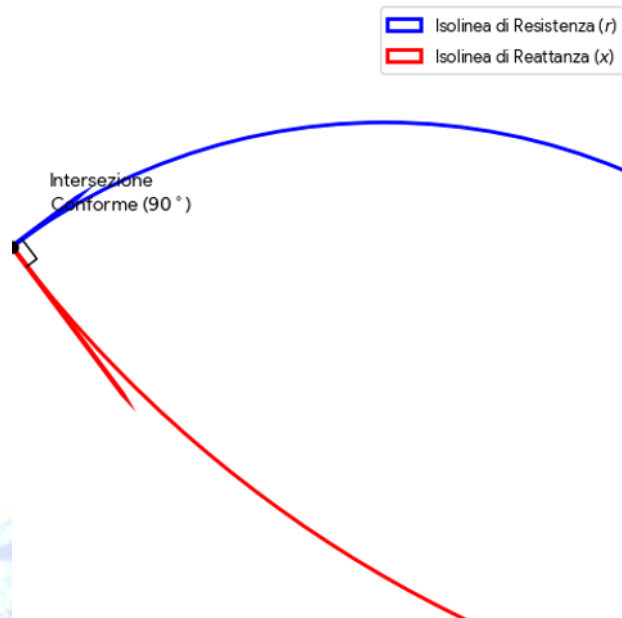
- Il modulo del coefficiente di riflessione resta identico ($|\Gamma_y| = |\Gamma_z|$), motivo per cui il punto giace sul medesimo cerchio a SWR costante.
- La fase complessa subisce uno sfasamento netto pari a π radianti, ovvero una **rotazione angolare esatta di (180°)** sul piano cartesiano.

Di conseguenza, la Carta di Smith agisce come un calcolatore analogico: la simmetria geometrica centrale rispetto all'origine esegue in modo istantaneo la mappatura conforme del reciproco di un numero complesso.



Proprietà di Ortogonalità e Mappatura Conforme nel Diagramma

La precisione analitica e l'efficacia grafica della Carta di Smith poggiano su una fondamentale proprietà geometrica intrinseca: l'**ortogonalità locale** delle sue reti di coordinate. Questo fenomeno non è casuale, ma deriva direttamente dalle leggi matematiche che governano la trasformazione del piano delle impedenze.



🔗 Il Principio Matematico: La Mappatura Conforme

La transizione dall'impedenza complessa normalizzata $z = r + jx$ al coefficiente di riflessione $\Gamma = u + jv$ avviene tramite una funzione complessa nota come **trasformazione bilineare** (o trasformazione di Möbius):

$$\Gamma(z) = \frac{z - 1}{z + 1}$$

In analisi matematica, questa funzione appartiene alla categoria delle **mappature conformi**. Una delle caratteristiche fondamentali di una mappatura conforme è la capacità di conservare invariati gli angoli formati dalle curve tra il piano di partenza e il piano di destinazione.

Nel piano cartesiano originario delle impedenze, le linee a resistenza costante (rette verticali) e le linee a reattanza costante (rette orizzontali) sono per loro natura perpendicolari, intersecandosi a un angolo retto (90°). Di conseguenza, quando la trasformazione geometrica piega queste rette trasformandole rispettivamente in cerchi e archi sul piano Γ , la relazione angolare originaria si conserva inalterata.

Manifestazione Geometrica delle Isolinee

L'ortogonalità si traduce sul diagramma in regole geometriche rigide e costanti:

- **Invarianza Angolare:** Ogni singola circonferenza associata a una componente resistiva costante (R) interseca qualsiasi arco legato a una componente reattiva costante (X) a un angolo esatto di **90 gradi sessagesimali** ($\pi/2$ radianti).
- **Perpendicolarità Globale:** Tale vincolo di perpendicolarità si verifica in modo omogeneo e sistematico in qualunque coordinata dello spazio bidimensionale della carta, indipendentemente dalla distanza dal centro geometrico o dalla vicinanza ai poli di singolarità.

Implicazioni Pratiche e Risoluzione Visiva

Sotto il profilo applicativo e strumentale, la conservazione dell'ortogonalità garantisce vantaggi insostituibili durante la lettura manuale dei parametri circuitali:

- **Discriminazione Visiva nelle Zone d'Accumulazione:** Spostandosi verso l'estrema destra della carta (in prossimità del polo di circuito aperto), il reticolo millimetrico subisce una forte compressione geometrica, diventando estremamente denso e fitto. L'ortogonalità perfetta impedisce alle linee di sovrapporsi in modo obliquo o confuso.
- **Riduzione dell'Errore di Parallasse e di Lettura:** Poiché l'occhio umano percepisce con estrema naturalezza gli incroci perpendicolari, l'operatore è in grado di isolare e tracciare visivamente le singole coordinate d'impedenza con elevata accuratezza, riducendo drasticamente i margini di incertezza grafica ed evitando l'affaticamento visivo durante le fasi di calcolo analogico.



Modulo 3: Linee di Trasmissione e Comportamento del Cavo Reale

Questo modulo analizza i fenomeni fisici che si manifestano durante la propagazione guidata dei segnali a radiofrequenza lungo una linea di trasmissione (cavo coassiale o bifilare) che interconnette una sorgente (generatore) a un carico (antenna o impedenza generica). Vengono definite le metodologie grafiche per quantificare la variazione dell'impedenza in funzione dello spazio, l'utilizzo delle scale perimetrali della Carta di Smith e l'impatto delle perdite di attenuazione nei conduttori reali.



Evoluzione Spaziale dell'Impedenza lungo la Linea

L'impedenza vista all'ingresso di una linea di trasmissione non è statica, ma varia in modo periodico lungo lo spazio fisico della linea stessa. Sulla Carta di Smith, questa evoluzione spaziale si traduce analiticamente in una traiettoria circolare sul piano del coefficiente di riflessione Γ :

- **La Traiettoria Geometrica:** Lo spostamento longitudinale lungo l'asse del cavo corrisponde a una rotazione lungo il perimetro di un cerchio a SWR (ROS) costante.
- **La Distanza Elettrica:** L'angolo di rotazione sul diagramma è direttamente proporzionale alla lunghezza fisica della linea, riscalata rispetto alla lunghezza d'onda del segnale.
- **Il Verso di Rotazione:** La direzione del movimento (orario o antiorario) è strettamente vincolata al vettore dello spostamento spaziale (verso la sorgente o verso il carico).

[Senso ORARIO]

Rotazione verso il GENERATORE
(Allontanamento dal Carico)



[Senso ANTIORARIO]

Rotazione verso il CARICO
(Avvicinamento al Carico)



Il Principio Fisico: Interferenza d'Onda e Profilo di Impedenza

Quando una sorgente immette un segnale sinusoidale ad alta frequenza in una linea di trasmissione, l'energia si propaga sotto forma di **onda incidente**. Se il carico posto al termine della linea manifesta un'impedenza disadattata rispetto all'impedenza caratteristica del cavo ($Z_L \neq Z_0$), una quota di questa energia non viene assorbita e origina un'**onda riflessa** retrograda.

- La sovrapposizione spaziale dell'onda incidente e dell'onda riflessa genera un fenomeno di interferenza costruttiva e distruttiva, che si manifesta come un **profilo di onda stazionaria**.
- Di conseguenza, il rapporto locale tra la tensione totale e la corrente totale (ovvero l'impedenza locale $Z(d)$) varia in ogni sezione infinitesima del cavo.
- Misurando l'impedenza in punti geometrici differenti della linea, si otterranno valori numerici diversi, nonostante le proprietà fisiche e costruttive del cavo rimangano rigorosamente omogenee.

Analisi Dettagliata delle Tre Variabili di Trasformazione

1. La Traiettoria Geometrica (Invarianza del Modulo del Coefficiente di Riflessione)

Nelle linee di trasmissione ideali (prive di perdite dissipative), l'ampiezza dell'onda incidente e dell'onda riflessa non subisce alcuna attenuazione lungo il percorso. Poiché il modulo del coefficiente di riflessione $|\Gamma|$ rimane costante in ogni sezione, il punto rappresentativo dell'impedenza non può traslare radialmente verso il centro o verso la periferia della carta.

L'evoluzione geometrica è vincolata a un'orbita circolare perfetta centrata sull'origine degli assi $((0,0))$: il **cerchio a SWR costante**.

2. La Distanza Elettrica e la Periodicità spaziale

Il cammino percorso lungo il conduttore reale determina l'ampiezza dell'arco descritto sul diagramma:

- Spostamenti lineari ridotti sul cavo generano rotazioni angolari contenute.
- Linee ad elevata estensione geometrica si traducono in molteplici rivoluzioni attorno al centro della carta.
- **Periodicità fondamentale:** Un giro completo di 360° sulla Carta di Smith equivale a uno spostamento spaziale lungo la linea pari a **mezza lunghezza d'onda ($\lambda/2$)**.
Questo accade perché la fase del coefficiente di riflessione varia con una legge pari a $2\beta d$ (dove $\beta = 2\pi/\lambda$) è la costante di fase), raddoppiando l'effetto geometrico dello spostamento spaziale rispetto allo sfasamento dell'onda singola.

3. I Criteri di Direzionalità della Rotazione

La selezione del verso di rotazione sul diagramma risponde alla necessità di mantenere la coerenza con i sistemi di riferimento della linea:

- **Verso il Generatore (*Towards Generator* - Senso Orario):** Si applica quando l'analisi si sposta dal carico risalendo la linea verso la sorgente. Graficamente, ci si allontana dall'antenna muovendosi in senso orario, seguendo la dicitura perimetrale standard «*Wavelengths Toward Generator*».
- **Verso il Carico (*Towards Load* - Senso Antiorario):** Si applica quando l'analisi parte dall'ingresso della linea e si muove verso la terminazione o l'antenna. Il movimento avviene in senso antiorario, assecondando la dicitura «*Wavelengths Toward Load*».

💡 Risvolti Applicativi nella Progettazione a Radiofrequenza

La comprensione di questo meccanismo di rotazione è alla base delle tecniche di **adattamento di impedenza a elementi distribuiti**. Se un carico o un'antenna presentano un'impedenza d'ingresso non ottimale per lo stadio finale del trasmettitore, il progettista può inserire uno spezzone di linea di trasmissione calcolato con precisione analitica.

La linea agisce come un trasformatore analogico, facendo ruotare l'impedenza sulla Carta di Smith fino a farle intersecare il valore puramente resistivo o il punto di perfetto adattamento ($z = 1.0$), annullando le onde stazionarie nel resto del sistema.

⚙️ Le Scale Perimetrali Esterne e la Metrologia della Lunghezza d'Onda (λ)

Per convertire gli spostamenti fisici lineari lungo la linea di trasmissione in rotazioni angolari sul piano del coefficiente di riflessione Γ , la Carta di Smith implementa sulla sua periferia un sistema di tre corone circolari graduate.

Queste scale non misurano lo spazio in unità metriche assolute (metri o millimetri), ma in **lunghezze d'onda elettriche (λ)**, normalizzando la geometria del circuito alla frequenza operativa del segnale.

📏 Il Concetto di Lunghezza d'Onda Elettrica (λ) come Unità di Misura

Nello studio delle strutture guidanti ad alta frequenza, le dimensioni fisiche dei componenti sono strettamente correlate alla frequenza di lavoro f . La lunghezza d'onda λ rappresenta lo spazio fisico percorso dall'onda elettromagnetica per compiere un'oscillazione completa di 360° (o 2π radianti) ed è definita dalla relazione:

$$\lambda = \frac{v_p}{f}$$

Dove v_p è la velocità di fase del segnale all'interno del dielettrico del cavo (inferiore alla velocità della luce nel vuoto c). Le scale graduate poste sul bordo esterno del diagramma misurano le frazioni relative di questa unità fondamentale (es. 0.05λ , 0.1λ , 0.25λ), permettendo alla Carta di Smith di rimanere uno strumento universale, indipendente dalla frequenza specifica del sistema in esame.

Analisi Strutturale delle Scale di Direzionalità

Le due corone circolari più esterne presentano progressioni numeriche speculari, ciascuna vincolata a un preciso vettore di spostamento lungo la linea:

1. La Scala Oraria (*Wavelengths Toward Generator*)

- **Definizione Fisica:** Si utilizza quando il punto di riferimento dell'analisi si sposta dal carico (es. l'antenna terminale) risalendo la linea di trasmissione in direzione della sorgente di segnale (il trasmettitore o generatore).
- **Comportamento Grafico:** I valori numerici di questa scala crescono progressivamente in **senso orario**. Ogni incremento individua l'allontanamento fisico dal carico e l'accumulo di sfasamento lungo il conduttore.

2. La Scala Antioraria (*Wavelengths Toward Load*)

- **Definizione Fisica:** Si applica nel caso inverso, ovvero quando lo studio muove dai terminali d'uscita del generatore e procede longitudinalmente lungo il cavo verso la terminazione di carico.
- **Comportamento Grafico:** I valori numerici di questa corona circolano in **senso antiorario**. Questa scala permette di calcolare l'impedenza locale in funzione dell'avvicinamento progressivo al carico d'antenna.

La Legge di Periodicità Spaziale e l'Invarianza a Mezza Onda (0.5λ)

La terza scala perimetrale (la più interna delle tre esterne) misura l'angolo del coefficiente di riflessione espressa direttamente in gradi (ϕ). Il legame tra lo spostamento lineare sulla linea (d) e lo sfasamento angolare grafico è regolato dall'equazione della fase:

$$\Delta\phi = 2\beta d = 2\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)d$$

Questo legame analitico determina la regola fondamentale della **periodicità a mezza lunghezza d'onda**:

[Impedenza di Carico Z_L] — Spostamento di 0.5λ —> [Stessa Impedenza Z_L]
 | |
 Punto di Partenza Giro di 360°

- **Risoluzione Geometrica:** Una rivoluzione completa di 360° attorno al centro della Carta di Smith non corrisponde a una lunghezza d'onda intera (1λ), bensì a **mezza lunghezza d'onda (0.5λ)**, a causa del fattore moltiplicativo 2 presente nell'argomento del coefficiente di riflessione.
- **Invisibilità Elettrica della Linea:** Sotto il profilo pratico, se una linea di trasmissione possiede una lunghezza elettrica pari esattamente a 0.5λ (o a un suo multiplo intero $n \cdot 0.5 \lambda$), il vettore ruota di un multiplo esatto di 360° , ritornando al punto geometrico iniziale.
 Di conseguenza, l'impedenza misurata all'ingresso della linea sarà rigorosamente identica all'impedenza del carico terminale. In questa precisa condizione, la linea viene definita "geometricamente trasparente", poiché non altera il profilo di impedenza del sistema.

💡 Sintesi Operativa per l'Orientamento Grafico

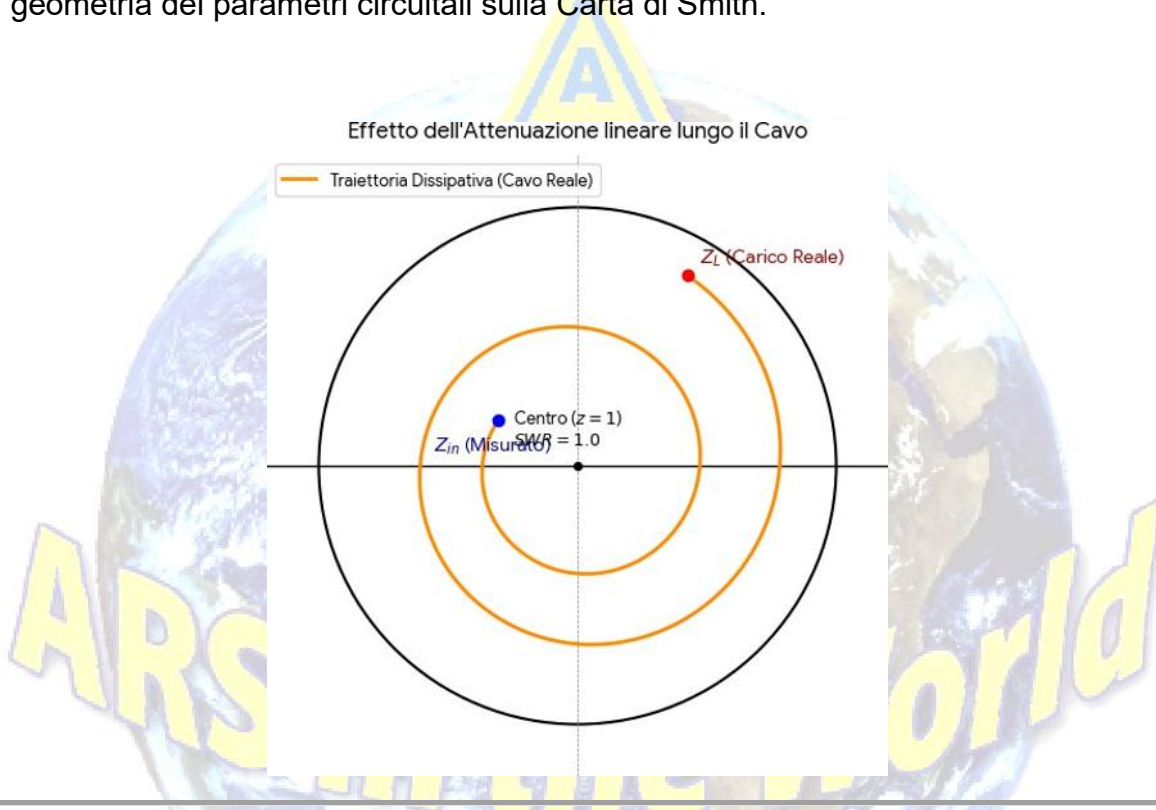
Per garantire la corretta computazione dei parametri senza incorrere in inversioni di fase o di segno, si definisce il seguente schema sinottico:

- **Rotazione Destogira (Oraria):** Traslazione spaziale **Carico** → **Generatore**.
 Lettura sulla scala *Towards Generator*.
- **Rotazione Levogira (Antioraria):** Traslazione spaziale **Generatore** → **Carico**.
 Lettura sulla scala *Towards Load*.
- **Isotropia dei Multipli di Mezza Onda:** Ogni rivoluzione di 360° equivale a un tragitto pari a 0.5λ . I valori di impedenza e di ammettenza si ripetono ciclicamente, rendendo la griglia geometricamente periodica.



La Linea di Trasmissione Dissipativa: Effetti dell'Attenuazione e delle Perdite Reali

Fino a questo punto, l'analisi delle linee di trasmissione è stata condotta assumendo l'ipotesi idealizzata di una linea priva di perdite (*lossless line*). Nella realtà ingegneristica, i supporti fisici (quali cavi coassiali, guide d'onda o linee bifilari) manifestano fenomeni dissipativi intrinseci che convertono parte dell'energia elettromagnetica in calore. Questa degradazione del segnale altera radicalmente la geometria dei parametri circuitali sulla Carta di Smith.



Il Meccanismo Fisico: Dissipazione Termica e Attenuazione Lineare

In un conduttore reale, l'energia non viene trasportata in modo matematicamente perfetto. Le perdite si dividono principalmente in due categorie fisiche:

- **Perdite nel Rame (Effetto Joule):** Causate dalla resistenza ohmica finita dei conduttori metallici interni ed esterni, accentuata ad alta frequenza dall'effetto pelle (*skin effect*).
- **Perdite nel Dielettrico:** Dovute alla conducibilità finita e alla polarizzazione del materiale isolante interposto tra i conduttori, che dissipa energia sotto forma di calore nel materiale stesso.

La costante di propagazione complessa γ descrive analiticamente questo comportamento:

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

Dove β rappresenta la costante di fase, mentre α **individua la costante di attenuazione** (espressa in Neper/metro o dB/metro). La presenza di un fattore $\alpha > 0$ implica che sia l'onda incidente diretta verso il carico, sia l'onda riflessa retrograda che ritorna verso la sorgente, subiscano un indebolimento geometrico esponenziale in funzione della distanza percorsa.

Conseguenze Topologiche sul Piano del Coefficiente di Riflessione

L'introduzione del coefficiente di attenuazione modifica profondamente la traiettoria geometrica dei punti d'impedenza sul diagramma, introducendo due fenomeni spaziali macroscopici:

1. La Traiettoria Elicoidale (La Spirale Dissipativa)

In una linea ideale, il modulo del coefficiente di riflessione $|\Gamma|$ rimane costante lungo il cavo, generando traiettorie perfettamente circolari. In una linea reale, l'equazione del coefficiente di riflessione locale $\Gamma(d)$ in funzione della distanza d dal carico diventa:

$$\Gamma(d) = \Gamma_L e^{-2\gamma d} = \Gamma_L e^{-2\alpha d} e^{-j2\beta d}$$

- Analisi Geometrica:** Il fattore di sfasamento $e^{-j2\beta d}$ impone la consueta rotazione oraria (verso il generatore). Contemporaneamente, il fattore reale $e^{-2\alpha d}$ agisce come un termine di decadimento esponenziale che contrae progressivamente il raggio del vettore.
- Comportamento sul Diagramma:** Allontanandosi dal carico e procedendo verso la sorgente, il punto rappresentativo non descrive più un cerchio chiuso, ma una **spirale convergente che si stringe asintoticamente verso il centro geometrico** della carta (coordinate $(0,0)$, equivalenti all'impedenza normalizzata $z = 1.0$).

2. L'Effetto Mascheramento (L'Illusione Ottica dell'Adattamento)

Il centro esatto della Carta di Smith identifica la condizione di perfetto adattamento termico ($SWR = 1.0$, riflessione nulla). Quando una linea presenta un'elevata lunghezza fisica o un coefficiente di attenuazione α pronunciato, la spirale del coefficiente di riflessione converge rapidamente verso l'origine degli assi.

- **La Manifestazione Strumentale:** Effettuando una misurazione d'impedenza all'ingresso di un cavo lungo e dissipativo connesso a un'antenna disadattata, lo strumento di misura rileverà un punto molto prossimo al centro della carta, registrando un valore di SWR apparentemente ottimale (vicino a 1).
- **L'Inganno Fisico:** Questo fenomeno costituisce un mascheramento sistematico delle reali prestazioni del sistema. L'antenna sul tetto continua a riflettere una quota massiccia di energia a causa del suo disadattamento strutturale. Tuttavia, l'onda riflessa non riesce a raggiungere la sorgente poiché viene interamente dissipata in calore dal cavo durante il percorso di ritorno. Di conseguenza, il cavo reale maschera le inefficienze del carico terminale, riducendo la potenza effettivamente irradiata nello spazio ma simulando un adattamento fittizio lato generatore.

💡 Sintesi Comparativa: Linea Ideale vs Linea Reale

Proprietà Geometrica	Linea Ideale (<i>Lossless</i>)	Linea Reale (<i>Lossy</i>)
Profilo della Traiettorie	Circonferenza concentrica perfetta	Spirale convergente destroyed
Modulo di Γ	Costante lungo tutta la linea	Decrescente esponenzialmente verso l'origine
Comportamento asintotico	Ciclico e periodico ad ogni $\lambda/2$	Tendente a $z = 1.0$ ($SWR = 1$) per lunghezze all'infinito
Valutazione del Carico	Accurata e identica in ogni sezione	Mascherata e alterata dall'attenuazione della linea

🔑 Schema riassuntivo per ricordare:

- **Cavo perfetto** = Il punto gira in un **cerchio perfetto**.
- **Cavo reale (con perdite)** = Il punto si muove a **spirale verso il centro**.
- **Cavo troppo lungo** = Fa sembrare l'antenna "buona" anche se è "pessima".



Quantificazione delle Perdite Lineari tramite i Parametri in Scala Radiale

Nella sezione inferiore dei supporti cartacei della Carta di Smith è presente un set di scale lineari ausiliarie denominate complessivamente **Parametri a Scala Radiale** (*Radially Scaled Parameters*). Questi raggruppamenti di assi graduati agiscono come un calcolatore analogico monodimensionale, consentendo la determinazione diretta dell'attenuazione e dei coefficienti d'onda senza la necessità di risolvere equazioni logaritmiche complesse.



Natura e Struttura Nominale delle Scale Radiali

Il termine "radiale" deriva dal principio geometrico costitutivo del diagramma: ogni grandezza legata all'efficienza energetica della linea di trasmissione (come lo SWR, la perdita di ritorno o l'attenuazione) dipende esclusivamente dal modulo del coefficiente di riflessione $|\Gamma|$, ovvero dalla **distanza lineare e radiale del punto d'interesse rispetto al centro geometrico** dell'asse cartesiano.

Tra i righelli grafici posizionati alla base del foglio, i segmenti di riferimento per il calcolo delle dissipazioni termiche e delle inefficienze sono identificati dalle diciture standardizzate:

- **1 dB Step o {ATTEN} [dB] (Attenuazione):** Scala che quantifica l'effetto dell'attenuazione lineare lungo la linea di trasmissione.
- **RET. LOSS [dB] (Return Loss / Perdita di Ritorno):** Indica il rapporto, espresso in scala logaritmica (Decibel, dB), tra la potenza incidente emessa dal generatore e la potenza d'eco riflessa dal carico disadattato.

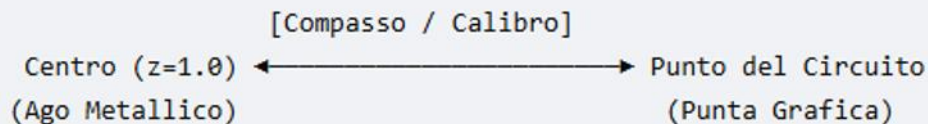


Protocollo Metrologico Operativo (Fasi Esecutive)

L'estrapolazione quantitativa del valore di attenuazione si articola in tre fasi geometriche sequenziali e interconnesse:

1. Rilevamento della Distanza Radiale

Si posiziona l'ago fisso di un compasso di precisione in corrispondenza dell'origine degli assi del diagramma principale (il polo di adattamento ideale $z = 1.0$). Si estende l'asta mobile dello strumento fino a intersecare la coordinata spaziale dell'impedenza complessa normalizzata o del punto di misura del circuito. In assenza di un compasso, l'operazione può essere eseguita tramite un calibro o un righello millimetrato, registrando la distanza geometrica assoluta espressa in millimetri.



2. Traslazione Vettoriale sulla Scala Lineare

Mantenendo inalterata l'apertura angolare del compasso per preservare l'invarianza del modulo del raggio, si trasla lo strumento verso il basso, posizionando l'ago metallico sullo zero di riferimento (*Origin*) della scala lineare contrassegnata come ATTEN. [dB] o LOSS. Se si adotta il metodo del righello millimetrato, si fa coincidere l'estremità iniziale della misurazione con l'origine della medesima scala.

3. Intersezione e Lettura Diretta in Decibel (dB)

Si individua il valore numerico puntuale indicato dall'estremità della matita del compasso (o dalla quota millimetrata equivalente) sul corpo graduato della scala. Il valore ottenuto esprime direttamente l'attenuazione d'onda o il livello di attenuazione complessivo senza richiedere l'applicazione manuale della formula analitica di conversione logaritmica:

$$\text{Loss [dB]} = -20 \log_{10}(|\Gamma|)$$

La disposizione geometrica dei nodi sulla scala compensa intrinsecamente la non-linearità della funzione logaritmica, traducendo lo spazio lineare in un dato ingegneristico standardizzato.



Rilevanza Diagnostica nelle Reti a Radiofrequenza

La quantificazione dell'attenuazione tramite scala radiale è fondamentale per la diagnostica dei sistemi d'antenna e delle tratte di alimentazione. Permette al progettista di discriminare tra l'energia effettivamente irradiata nello spazio utile e la quota che viene irreversibilmente convertita in calore per dissipazione ohmica o dielettrica all'interno del conduttore.

Conoscere con precisione i decibel di attenuazione introdotti dal mezzo fisico consente di stabilire se le prestazioni globali del sistema rientrano nei margini di tolleranza o se sia necessario intervenire sostituendo la linea di trasmissione con un supporto a più bassa perdita (*low-loss coaxial cable*) o ottimizzando il modulo del carico terminale.

Modulo 4: Tecniche di Adattamento di Impedenza a Elementi Concentrati (L-C)

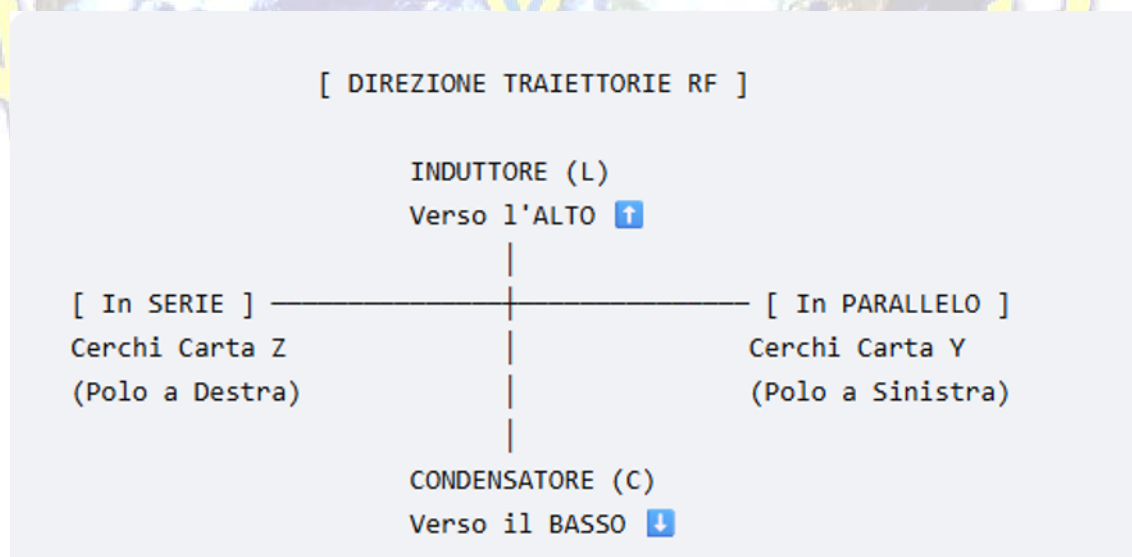
Questo modulo approfondisce le metodologie analitico-grafiche per la sintesi delle reti di adattamento d'impedenza mediante l'impiego di reattanze e suscettanze pure, implementate tramite componenti discreti induttivi (L) e capacitivi (C).

L'obiettivo ingegneristico consiste nel modificare la coordinata complessa di un carico disadattato generico, guidando la traiettoria sul diagramma fino al centro geometrico esatto della Carta di Smith ($z = 1.0 + j0$), che sancisce la condizione di assenza totale di onde riflesse.

1. Le Quattro Leggi Fondamentali di Trasformazione Topologica

La manipolazione di un'impedenza sul diagramma mediante l'introduzione di elementi reattivi discreti (definiti a **parametri concentrati** poiché le loro dimensioni fisiche sono molto minori della lunghezza d'onda, $D \ll \lambda$) richiede l'utilizzo alternato o congiunto della **Carta delle Impedenze (Carta Z)** e della **Carta delle Ammettenze (Carta Y)**.

L'inserimento di ciascuna tipologia di componente vincola il punto a percorrere traiettorie geometriche univoche e rigidamente codificate:



- **Induttore in SERIE (Operazione su Carta Z):** Traslazione destrogira (oraria) lungo i cerchi a resistenza costante ($\backslash(r\backslash)$) verso il semipiano superiore.
- **Condensatore in SERIE (Operazione su Carta Z):** Traslazione levogira (antioraria) lungo i cerchi a resistenza costante ($\backslash(r\backslash)$) verso il semipiano inferiore.

- **Induttore in PARALLELO (Operazione su Carta $\backslash(Y\backslash)$):** Traslazione levogira (antioraria) lungo i cerchi a conduttanza costante ($\backslash(g\backslash)$) verso il semipiano superiore.
- **Condensatore in PARALLELO (Operazione su Carta $\backslash(Y\backslash)$):** Traslazione destrogira (oraria) lungo i cerchi a conduttanza costante ($\backslash(g\backslash)$) verso il semipiano inferiore.

Topology in Serie: Spostamenti sul Piano delle Impedenze (Carta Z)

L'inserimento di un componente reattivo in serie lungo il conduttore di segnale principale altera direttamente l'impedenza totale vista a monte della sezione di taglio, lasciando invariata la sola parte reale (resistiva) del carico:

1. Induttore in Serie ($+jX_L$) → Evoluzione verso il Semipiano Superiore

- **Meccanismo Fisico:** L'induttore introduce nel circuito una reattanza induttiva positiva, definita analiticamente da $X_L = \Omega L = 2\pi f L$, la quale si oppone alle variazioni rapide di corrente.
- **Comportamento Geometrico:** Poiché la resistenza normalizzata r rimane costante, il punto descrive un arco vincolato sul perimetro del cerchio r di appartenenza, muovendosi **verso l'alto in senso orario**.

L'ampiezza dello spostamento d'arco è direttamente proporzionale al valore di induttanza L prescelto.

2. Condensatore in Serie ($-jX_C$) → Evoluzione verso il Semipiano Inferiore

- **Meccanismo Fisico:** Il condensatore introduce una reattanza capacitiva negativa, definita dall'equazione $X_C = -1/(\omega C) = -1/(2\pi f C)$, che si oppone alle variazioni di tensione.
- **Comportamento Geometrico:** Il punto d'impedenza si sposta sul medesimo cerchio a resistenza costante r , scivolando **verso il basso in senso antiorario**. Maggiore è l'estensione dell'arco percorso, minore (e quindi più influente in modulo) sarà il valore della capacità C .

Topology in Parallelo: Spostamenti sul Piano delle Ammettenze (Carta Y)

L'inserimento di un componente in parallelo (derivazione *shunt*), che realizza un ponte conduttivo tra la linea di segnale e il piano di massa di riferimento, richiede l'analisi in

termini di ammettenza ($y = g + jb$). In questa configurazione, l'elemento altera la suscettanza lasciando rigorosamente immutata la conduttanza d'ingresso g :

1. Induttore in Parallelo ($-jb_L$) → Evoluzione verso il Semipiano Superiore

- **Meccanismo Fisico:** Sotto il profilo dell'ammettenza, un induttore in parallelo introduce una suscettanza induttiva avente segno negativo: $b_L = -1/(\omega L)$.
- **Comportamento Geometrico:** L'analisi si sposta sulla famiglia di cerchi della Carta Y (le cui circonferenze convergono tangenzialmente sul polo sinistro di cortocircuito). Il punto evolve lungo il cerchio a conduttanza costante g , sviluppandosi **verso l'alto in senso antiorario**.

2. Condensatore in Parallelo ($+jb_C$) → Evoluzione verso il Semipiano Inferiore

- **Meccanismo Fisico:** Un condensatore in derivazione parallela apporta al sistema una suscettanza capacitiva positiva: $b_C = \omega C$.
- **Comportamento Geometrico:** Costituisce l'azione duale rispetto all'induttore in parallelo. Il punto si muove sul cerchio a conduttanza costante g della Carta Y, scivolando **verso il basso in senso orario** in misura direttamente proporzionale al valore di capacità della struttura.



Criteri di Sintesi e Regole di Orientamento del Progettista

Per agevolare l'astrazione e la memorizzazione sistematica delle traiettorie durante le fasi di computazione o di simulazione manuale, si definisce il seguente schema tassonomico e sinottico:

- **Natura del Componente (Quota Altimetrica):**
 - Gli **Induttori (L)** impongono costantemente una traslazione del vettore verso il semipiano **SUPERIORE** (aumento algebrico della componente immaginaria).
 - I **Condensatori (C)** impongono costantemente una traslazione del vettore verso il semipiano **INFERIORE** (decremento algebrico della componente immaginaria).
- **Configurazione Topologica (Reticolo di Riferimento):**
 - Le topologie in **SERIE** richiedono lo spostamento lungo i cerchi confinati a **DESTRA** (Reticolo delle Impedenze, Carta Z).
 - Le topologie in **PARALLELO** richiedono lo spostamento lungo i cerchi confinati a **SINISTRA** (Reticolo delle Ammettenze, Carta Y).

Attraverso la combinazione sequenziale di questi quattro movimenti elementari, il progettista RF è in grado di strutturare reti d'adattamento (ad esempio, celle a "L", a "T" o a "π") capaci di traslare un punto d'impedenza arbitrario e disadattato lungo

percorsi geometrici controllati, intersecando i cerchi d'unione fino a raggiungere la singolarità centrale ($z = 1.0$). Questo processo annulla i coefficienti di riflessione e massimizza il trasferimento di potenza tra la sorgente e il carico.

Classificazione Sistemica delle Otto Configurazioni delle Reti a "L"

Per realizzare l'adattamento di un'impedenza generica disadattata rispetto al valore standard di 50Ω , è quasi sempre richiesta l'interconnessione di due componenti reattivi discreti. Questo blocco circuitale a due elementi prende il nome di **rete a "L"** per via della disposizione ortogonale assunta dai componenti all'interno dello schema elettrico.

Esistono complessivamente **8 combinazioni topologiche possibili**, equamente ripartite in due macro-famiglie a seconda della risposta in frequenza globale che imprimono al segnale: le celle **passa-basso** e le celle **passa-alto**.

Le Due Macro-Famiglie e il Ruolo Selettivo nei Circuiti RF

I componenti che costituiscono la rete a "L", oltre ad operare la trasformazione geometrica dell'impedenza alla frequenza di lavoro, agiscono simultaneamente come filtri selettivi nei confronti dello spettro elettromagnetico, limitando o favorendo il transito delle componenti frequenziali:

Topologie di Tipo 1: Risposta Passa-Alto

Una rete a configurazione passa-alto agisce come una barriera selettiva: introduce un'elevata perdita di inserzione (attenuazione) per tutte le componenti spettrali inferiori rispetto a una determinata frequenza di taglio (f_c), consentendo il transito quasi indeterminato e privo di attenuazione (banda di passaggio) dei segnali a frequenza superiore.

- **Architettura di Blocco:** In questa classe di circuiti, gli elementi capacitivi sono configurati per intercettare e bloccare le basse frequenze lungo la linea di trasmissione principale, mentre gli elementi induttivi provvedono a deviare le residue componenti a bassa frequenza verso la massa di riferimento del sistema.
- **Le 4 Permutazioni Passa-Alto:**
 1. Condensatore in serie + Induttore in parallelo
 2. Induttore in parallelo + Condensatore in serie
 3. Condensatore in parallelo + Induttore in serie
 4. Induttore in serie + Condensatore in parallelo



Comportamento Analitico dei Componenti nel Dominio della Frequenza

La comprensione fluidodinamica ed elettrica di un filtro passa-alto si basa sulle leggi che governano l'impedenza complessa dei componenti reattivi al variare della frequenza f .

- **Il Condensatore (C):** Esprime una reattanza inversamente proporzionale alla frequenza ($X_C = -1/(2\pi f C)$). Alle basse frequenze si comporta come un circuito aperto (un blocco isolante), impedendo fisicamente il passaggio del segnale. Al crescere della frequenza, la sua reattanza decade verso lo zero, trasformando il componente in un cortocircuito ideale (un ponte ad alta conducibilità) per i segnali rapidi.
- **L'Induttore (L):** Manifesta una reattanza direttamente proporzionale alla frequenza ($X_L = 2\pi f L$). Costituisce un cortocircuito ideale (bassa impedenza) per le frequenze inferiori e per la corrente continua, mentre evolve verso una condizione di circuito aperto (impedenza infinita) all'aumentare della frequenza del segnale.



Analisi Dettagliata delle Quattro Combinazioni Passa-Alto

Analizzando il flusso del segnale a radiofrequenza lungo la linea di trasmissione principale, dal generatore verso il carico terminale (antenna), si distinguono quattro diversi comportamenti geometrici e circuitali:

1. Condensatore in Serie + Induttore in Parallelo

- **Analisi Topologica:** Il segnale incontra preventivamente un condensatore inserito longitudinalmente sulla linea (in serie) e, successivamente, un induttore collegato in derivazione trasversale verso massa (in parallelo/shunt).
- **Meccanismo di Filtraggio:** Le componenti utili ad alta frequenza superano l'impedenza quasi nulla del condensatore in serie; giunte al nodo in parallelo, incontrano l'elevatissima impedenza dell'induttore (che si comporta come un circuito aperto) e proseguono verso l'uscita. Al contrario, i segnali a bassa frequenza vengono riflessi dal condensatore in serie o cortocircuitati a terra dall'induttore in parallelo.

2. Induttore in Parallelo + Condensatore in Serie

- **Analisi Topologica:** Costituisce la struttura duale e speculare rispetto alla precedente. Il segnale interseca prima l'induttore in derivazione verso massa e successivamente il condensatore in serie sulla linea principale.

- **Criterio Applicativo:** Svolge una funzione di filtraggio identica alla prima combinazione. Viene implementata quando i vincoli geometrici della Carta di Smith impongono di eseguire preventivamente una traslazione lungo i cerchi di conduttanza costante (Carta Y) e solo successivamente uno spostamento sui cerchi di resistenza costante (Carta Z).

3. Condensatore in Parallelo + Induttore in Serie

- **Analisi Topologica:** La rete presenta un condensatore in derivazione parallelo verso terra seguito da un induttore inserito in serie sulla linea.
- **Nota di Progettazione:** Questa configurazione e la successiva rappresentano risposte geometriche particolari. Pur impiegando una coppia di elementi induttivi e capacitivi, il loro utilizzo è vincolato a domini d'impedenza specifici sulla Carta di Smith, dove la priorità progettuale risiede nella necessità di far traslare il punto in determinate regioni angolari del piano complesso.

4. Induttore in Serie + Condensatore in Parallelo

- **Analisi Topologica:** Un induttore è interposto in serie sulla linea principale, seguito da un condensatore in derivazione parallelo verso la massa del circuito.
- **Nota di Progettazione:** Al pari della combinazione numero 3, questa variante serve a operare in quadranti della Carta di Smith altrimenti non accessibili mediante le prime due topologie canoniche, preservando la corretta traiettoria di adattamento per carichi complessi dotati di forti componenti reattive native.



Criteri di Selezione della Cella a "L" sulla Carta di Smith

La determinazione della cella a "L" ottimale tra le 8 configurazioni totali non avviene in modo empirico, ma è dettata dalla posizione della coordinata d'impedenza iniziale del carico:

- **Incompatibilità Geometriche:** A causa delle traiettorie obbligate descritte dai componenti (induttori verso il semipiano superiore, condensatori verso il semipiano inferiore), ampi quadranti della carta risultano matematicamente preclusi a determinate combinazioni, poiché i relativi vettori si allontanerebbero dall'origine.
- **La Sintesi del Percorso:** Il progettista RF analizza la topologia della Carta di Smith per individuare quale specifica combinazione a "L" (passa-basso o passa-alto) sia in grado di tracciare un percorso continuo e conforme, intersecando i cerchi d'unione e guidando il vettore fino al punto di perfetto adattamento a (50Ω) ($z = 1.0$).

🔑 In sintesi: perché sono raggruppate insieme?

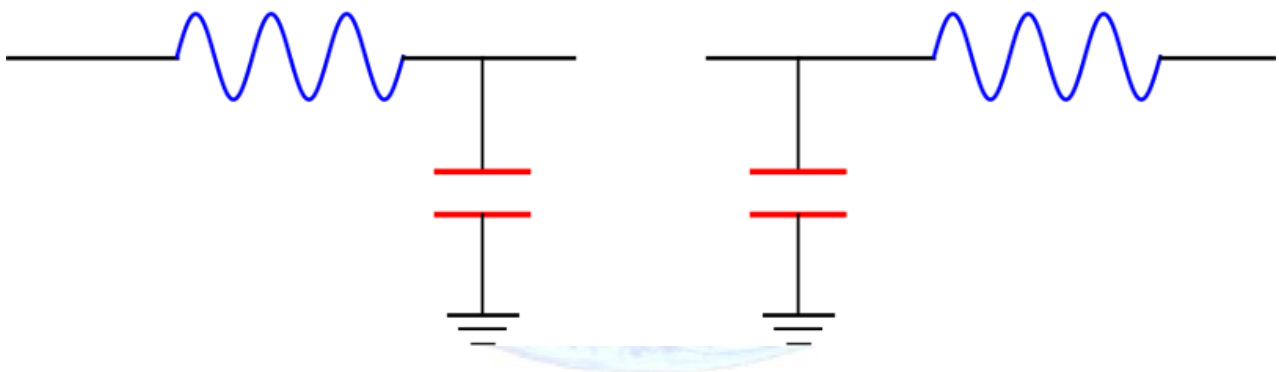
Anche se l'ordine cambia, tutte e 4 queste combinazioni hanno una cosa in comune: combinano **un condensatore e un induttore** in modo tale da permetterti di spostare il punto sulla Carta di Smith verso l'alto o verso il basso, ma mantenendo la proprietà di "pulire" il segnale preferendo le frequenze più alte rispetto a quelle più basse.

📊 2. Topologie di Tipo 2: Adattamento con Risposta Passa-Basso

Le reti di adattamento con risposta in frequenza di tipo **passa-basso** costituiscono una delle famiglie circuitali più diffuse e rilevanti nell'ingegneria delle radiofrequenze. Queste strutture assolvono a una duplice funzione fondamentale nello stadio di uscita dei trasmettitori: garantiscono il perfetto adattamento coniugato del carico (antenna) alla sorgente e operano simultaneamente come filtri attivi nell'attenuazione delle componenti spettrali indesiderate.

Configurazione Serie-L / Parallelo-C

Configurazione Parallelo-C / Serie-L



⚡ Principi di Funzionamento e Funzione di Trasferimento

Una topologia passa-basso è progettata per offrire un'attenuazione quasi nulla (banda di passaggio) alle frequenze inferiori rispetto a una frequenza di taglio stabilita (f_c), introducendo al contempo un'elevata perdita di inserzione (banda di attenuazione) per tutte le frequenze superiori.

- **La Funzione di Filtraggio:** Durante il processo di amplificazione di potenza, i dispositivi attivi (transistori) operano in regime non lineare, generando inevitabilmente distorsioni armoniche. Queste distorsioni si manifestano come segnali spuri a frequenze multiple intere della fondamentale (es. $2f_0$, $3f_0$), note come **armoniche superiori**.
- **Impatto Sistemistico:** L'interposizione di una rete passa-basso impedisce l'irradiazione di tali armoniche attraverso l'antenna, eliminando alla radice il rischio di interferenze elettromagnetiche (EMI) verso altri sistemi di telecomunicazione o apparecchiature domestiche limitrofe.

🧱 Comportamento Duale dei Componenti Reattivi

Il meccanismo di filtraggio e la contestuale scomposizione dei flussi energetici dipendono dalla dipendenza dalla frequenza dell'impedenza dei singoli componenti:

- **Induttore (L):** Presenta una reattanza che cresce linearmente con la frequenza ($X_L = \omega L = 2\pi f L$). Alle basse frequenze si comporta come un cortocircuito ideale (bassa impedenza), consentendo il transito del segnale utile. Alle alte frequenze evolve verso un circuito aperto (elevata impedenza), bloccando il flusso energetico.
- **Condensatore (C):** Presenta una reattanza inversamente proporzionale alla frequenza ($X_C = -1/(\omega C) = -1/(2\pi f C)$). Alle basse frequenze agisce come un circuito aperto (impedenza infinita), impedendo la dispersione del segnale verso la massa di riferimento. Alle alte frequenze decade verso un cortocircuito (impedenza nulla), offrendo una via preferenziale per scaricare a terra le correnti spurie.

🔧 Le Quattro Combinazioni Topologiche della Cella a "L"

I circuiti di adattamento a due elementi reattivi vengono definiti **reti a "L"** a causa della disposizione ortogonale assunta dai componenti all'interno dello schema elettrico,

dove un elemento è inserito longitudinalmente (in serie) e l'altro trasversalmente (in parallelo/shunt).

A seconda della specifica coordinata occupata dal carico sulla Carta di Smith, il progettista può implementare quattro differenti permutazioni:

1. Induttore in Serie + Condensatore in Parallelo

- **Configurazione:** L'induttore è interposto lungo la linea di segnale, seguito dal condensatore collegato in derivazione verso il piano di massa.
- **Analisi Dinamica:** È la topologia passa-basso più utilizzata. Il segnale a bassa frequenza attraversa l'induttore e prosegue verso il carico poiché il condensatore in parallelo si comporta come un circuito aperto. Le componenti armoniche ad alta frequenza vengono bloccate dall'induttore in serie e cortocircuitate a terra dal condensatore in parallelo.

2. Condensatore in Parallelo + Induttore in Serie

- **Configurazione:** Il condensatore è posto all'ingresso della cella in derivazione parallelo, seguito dall'induttore inserito in serie prima del carico.
- **Criterio di Scelta:** Svolge la medesima azione di filtraggio passa-basso della configurazione precedente. La scelta tra la prima e la seconda variante è dettata esclusivamente dal vincolo geometrico della Carta di Smith, che impone la sequenza dei movimenti (movimento preventivo lungo le linee di ammettenza e successivo spostamento sulle linee di impedenza).

3. Induttore in Parallelo + Condensatore in Serie

- **Configurazione:** Una bobina è posta in derivazione verso terra, seguita da un condensatore inserito in serie sulla linea principale.
- **Nota Particolare:** Questa sequenza rappresenta una configurazione geometrica speciale. Sebbene la disposizione mantenga proprietà di adattamento, la sua applicazione è limitata a porzioni specifiche della carta e richiede un'attenta valutazione della banda frazionaria per evitare l'inversione della risposta in frequenza globale.

4. Condensatore in Serie + Induttore in Parallelo

- **Configurazione:** Un condensatore è inserito in serie sulla linea, seguito da un induttore in derivazione parallelo verso massa.
- **Nota Particolare:** Al pari della precedente, costituisce una soluzione di sintesi vincolata a domini d'impedenza specifici. Viene adottata quando il punto di partenza sulla Carta di Smith non consente l'accesso alle prime due traiettorie canoniche.

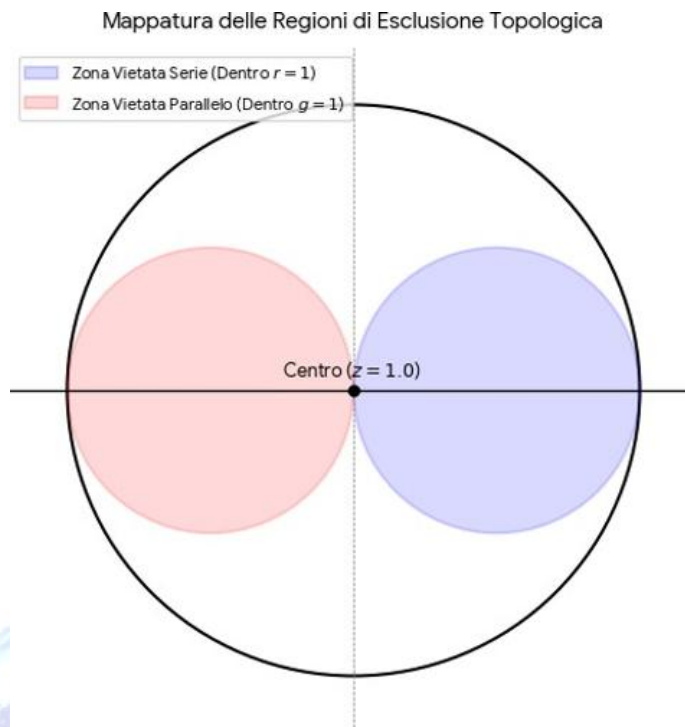
Criteri Rigorosi di Sintesi sulla Carta di Smith

La selezione della corretta cella a "L" non avviene su base euristica, ma risponde a precisi vincoli topologici bidimensionali. Il piano della Carta di Smith è suddiviso in regioni distinte definite dalle traiettorie dei cerchi di ammettenza e impedenza:

- **I Vincoli Geometrici dei Binari:** Poiché gli induttori costringono il punto a traslare verso il semipiano superiore e i condensatori verso il semipiano inferiore, la posizione iniziale del carico determina quali percorsi siano fisicamente in grado di intersecare le circonferenze d'unione e convogliare il vettore verso il centro ideale a $50\ \Omega$ ($z = 1.0$).
- **Zonizzazione di Esclusione:** Se si seleziona una combinazione topologica errata, le traiettorie generate dai componenti tenderanno ad allontanarsi dall'origine, rendendo matematicamente impossibile il raggiungimento dell'adattamento. La Carta di Smith permette di escludere istantaneamente le configurazioni non compatibili, guidando il progettista verso l'unica sequenza di elementi reattivi idonea per il circuito in esame.

Le Regioni di Esclusione Topologica (*Forbidden Zones*)

Nella sintesi delle reti di adattamento a due elementi (reti a "L"), la posizione spaziale occupata dall'impedenza di carico iniziale definisce l'ammissibilità matematica delle prime mosse progettuali. Il piano della Carta di Smith è suddiviso in specifiche aree note nella letteratura scientifica come **regioni di esclusione topologica** (*forbidden zones*). All'interno di tali confini geometrici, la scelta errata della topologia di ingresso (serie o parallelo) rende analiticamente impossibile la convergenza verso l'origine del piano cartesiano.



Definizione e Meccanismo Geometrico delle Regioni di Esclusione

Le regioni di esclusione non indicano domini in cui l'impedenza del circuito non possa fisicamente esistere, bensì perimetri geometrici che **vincolano la scelta del primo componente reattivo da inserire**.

Se si tenta di avviare il ramo di adattamento con un accoppiamento non compatibile rispetto all'area di partenza, le traiettorie reattive vincoleranno il punto a orbitare indefinitamente lungo percorsi eccentrici. Tali traiettorie risulteranno matematicamente incapaci di intersecare i cerchi di stramento principali, allontanando il coefficiente di riflessione dall'origine ($|\Gamma| = 0$) anziché ridurlo.

Analisi Sistematica dei Due Domini di Esclusione

Il diagramma si ripartisce simmetricamente in due macro-regioni di esclusione, regolate dall'equazione unitaria delle resistenze e delle conduttanze:

1. La Regione di Esclusione in Serie (Dominio interno al cerchio $r = 1$)

- **Geometria del Confine:** Coincide con lo spazio confinato all'interno della circonferenza a resistenza unitaria normalizzata ($|r| = 1$). Questo cerchio si sviluppa nel semipiano destro, intersecando il centro esatto del diagramma $(0,0)$ e convergendo nel polo di circuito aperto $(1,0)$.

- **Vincolo Topologico:** Se l'impedenza del carico si posiziona all'interno di questo cerchio, è **matematicamente vietato avviare la rete con un elemento inserito in serie** (induttore o condensatore). Una traslazione in serie su questo dominio costringerebbe il vettore a scivolare lungo archi interni alla circonferenza, impedendogli di varcare il confine per intersecare la traiettoria di unione corretta.
- **Strategia Risolutiva:** In questa condizione è obbligatorio iniziare la sintesi inserendo un primo componente in **parallelo** (*shunt*).

2. La Regione di Esclusione in Parallelo (Dominio interno al cerchio ($g = 1$))

- **Geometria del Confine:** Costituisce la struttura duale e speculare rispetto alla precedente. È definita dallo spazio racchiuso all'interno del cerchio a conduttanza unitaria normalizzata ($g = 1$), appartenente alla Carta Y. Si sviluppa nel semipiano sinistro, passando per l'origine e chiudendosi sul polo di cortocircuito $(-1,0)$.
- **Vincolo Topologico:** Se la coordinata d'ingresso si colloca in questa regione, è **matematicamente vietato iniziare l'adattamento con un componente inserito in parallelo**. Il movimento risultante manterrebbe la conduttanza costante all'interno del cerchio di esclusione, impedendo al punto di imboccare la traiettoria verso il centro.
- **Strategia Risolutiva:** In questa condizione è obbligatorio avviare la sintesi circuitale immettendo un elemento in **serie**.

✖ Metodologia Algoritmica per il Raggiungimento dell'Adattamento

La risoluzione analitica del percorso di adattamento segue una logica sequenziale standardizzata a due stadi fondamentali:

[Impedenza Carico Z_L] $\xrightarrow{\text{(1a Mossa Libera)}}$ [Intersezione Cerchio $r=1$ o $g=1$] $\xrightarrow{\text{(2a Mossa)}}$ [Centro $z=1.0$]

1. **Analisi Topografica Iniziale:** Si mappa l'impedenza normalizzata del carico e si verifica l'eventuale inclusione all'interno dei cerchi limite $r = 1$ o $g = 1$.
2. **Esecuzione della Prima Traslazione (Svincolo):** Si inserisce il primo componente reattivo (avente configurazione complementare rispetto al divieto della zona) con l'unico obiettivo geometrico di far traslare il punto fino a intersecare la circonferenza unitaria principale di riferimento ($r = 1$) o ($g = 1$). Tali cerchi agiscono come traiettorie accoppiate preferenziali ad alta velocità geometrica.
3. **Esecuzione della Seconda Traslazione (Convergenza):** Una volta che il vettore ha guadagnato l'intersezione con il cerchio principale, si introduce il secondo componente. Questo elemento fa scivolare la coordinata lungo il perimetro della

circonferenza fino a raggiungere l'origine esatta $\Gamma = 0$, sancendo il perfetto adattamento energetico.



Sintesi Analitica: Transizione dai Valori Normalizzati ai Parametri Fisici ((H) e (F))

La Carta di Smith opera come un calcolatore analogico universale. Per mantenere tale proprietà indipendente dal sistema di riferimento assoluto, essa non impiega le unità di misura ordinarie (Ohm, Henry, Farad), ma utilizza adimensionale i **valori normalizzati**.

Il Concetto di Normalizzazione e Variazione Reattiva

La normalizzazione proietta l'impedenza caratteristica della linea (tipicamente $Z_0 = 50 \Omega$) al valore normalizzato unitario di targa 1. Durante le manipolazioni grafiche sulla griglia, lo spostamento lineare lungo gli archi viene quantificato come variazione discreta di reattanza ($\Delta x = x_{\text{arrivo}} - x_{\text{partenza}}$) per i rami in serie, o come variazione discreta di suscettanza ($\Delta b = b_{\text{arrivo}} - b_{\text{partenza}}$) per i rami in parallelo.

Formule di Denormalizzazione Diretta

Per tradurre i differenziali adimensionali Δx e Δb ricavati graficamente nei valori reali dei componenti fisici da saldare sulla scheda alla frequenza operativa f (espressa in Hertz, con $\omega = 2\pi f$), si applicano le seguenti relazioni matematiche:



I Componenti in SERIE (Ci muoviamo sulla Carta Z)

- **Induttore in SERIE (L_s) (In Henry):**

$$L_s = \frac{\Delta x \cdot Z_0}{2\pi f}$$

- *Spiegazione semplice:* Più ti sposti verso l'alto sulla carta (Δx grande), più la bobina reale dovrà essere grande. Prendi lo spostamento della carta, lo moltiplichi per 50 Ohm (Z_0) e dividi tutto per la frequenza (f) moltiplicata per 6,28 (che sarebbe 2π).

- **Condensatore in SERIE (C_s) (In Farad):**

- *Spiegazione semplice:* Qui lo spostamento sulla carta (Δx) si trova in basso, sotto la linea di frazione. Questo significa che c'è una regola inversa: più ti sposti verso il basso sulla carta, più il condensatore reale da comprare sarà piccolo.

$$C_s = \frac{1}{2\pi f \cdot \Delta x \cdot Z_0}$$

🌿 I Componenti in PARALLELO (Ci muoviamo sulla Carta Y)

- Induttore in PARALLELO (L_p) (In Henry):

-

$$L_p = \frac{Z_0}{2\pi f \cdot \Delta b}$$

- *Spiegazione semplice:* Mettendo la bobina in parallelo, le regole si invertono rispetto a prima. Lo spostamento sulla carta (Δb) finisce sotto la linea di frazione. Più lo spostamento è grande sulla carta, più la bobina reale in Henry sarà piccola.

- Condensatore in PARALLELO (C_p) (In Farad):

$$C_p = \frac{\Delta b}{2\pi f \cdot Z_0}$$

- *Spiegazione semplice:* Il condensatore in parallelo si comporta in modo diretto. Più ti sposti sulla carta verso il basso (Δb grande), più il condensatore fisico in Farad dovrà essere grande.

Queste equazioni chiudono il ciclo di progettazione, convertendo la sintesi geometrica astratta della Carta di Smith in parametri fisici reali di induttanza (espressi in Henry, H) e capacità (espressi in Farad, F) pronti per l'implementazione hardware del circuito.

📊 Tabella di Conversione: Dai Valori Normalizzati ai Componenti Reali

Nelle formule seguenti, Z_0 rappresenta l'**impedenza caratteristica** di riferimento (solitamente **50 Ω**), f è la **frequenza operativa** espressa in Hertz {Hz} e Δ indica la differenza geometrica assoluta (valore finale meno valore iniziale) letta sul diagramma.

Configurazione Topologica	Elemento Reattivo	Segno Grafico	Formula di Denormalizzazione	Unità di Misura
SERIE (Carta Z)	Induttore (L_s)	$\Delta x > 0$ (Verso l'alto )	$L_s = \frac{\Delta x \cdot Z_0}{2\pi f}$	Henry (H)
SERIE (Carta Z)	Condensatore (C_s)	$\Delta x < 0$ (Verso il basso )	$C_s = \frac{1}{2\pi f \cdot \Delta x \cdot Z_0}$	Farad (F)
PARALLELO (Carta Y)	Induttore (L_p)	$\Delta b < 0$ (Verso l'alto )	$L_p = \frac{Z_0}{2\pi f \cdot \Delta b }$	Henry (H)
PARALLELO (Carta Y)	Condensatore (C_p)	$\Delta b > 0$ (Verso il basso )	$C_p = \frac{\Delta b}{2\pi f \cdot Z_0}$	Farad (F)

*Nota di lettura: Nei calcoli della capacità in serie (C_s) e dell'induttanza in parallelo (L_p), si utilizza il **valore assoluto** del differenziale ($|\Delta x|$ e $|\Delta b|$) per garantire l'ottenimento di un parametro fisico reale positivo.*

Esempio

Facciamo un esempio pratico passo dopo passo. Immaginiamo di voler adattare un'antenna per una radio che lavora sulla frequenza dei radioamatori (i famosi **145 MHz**).

Sulla nostra Carta di Smith abbiamo fatto i movimenti e abbiamo scoperto che dobbiamo aggiungere un **Condensatore in PARALLELO**.

I dati del nostro problema

Ecco gli "ingredienti" che inseriremo nella formula:

- **Frequenza (f):** $\backslash(145 \text{ MHz})$, che scritto in numeri interi diventa $\backslash(145.000.000 \text{ Hz})$.
- **Impedenza (Z_0):** Il classico valore standard di **50 Ω**
- **Spostamento sulla carta (Δb):** Ipotizziamo di aver letto sul grafico uno spostamento pari a $\backslash(0,8\backslash)$.

⚙️ Applichiamo la formula

La formula per il **Condensatore in PARALLELO** che abbiamo visto prima è:

$$C = \frac{\Delta b}{2\pi f \cdot Z_0}$$

Inseriamo i nostri numeri reali:

1. Sotto la linea di frazione moltiplichiamo tutto:

1. $2 \cdot 3,1416 = 6,2832$

2. $6,2832 \cdot 145.000.000 \text{ (frequenza)} = 911.064.000$

3. $911.064.000 \cdot 50 \text{ (Ohm)} = \mathbf{45.553.200.000}$

2. Adesso facciamo la divisione finale:

- Dividiamo lo spostamento della carta (0,8) per il super numero appena calcolato.
- $0,8 / 45.553.200.000 = \mathbf{0,00000000001756}$ Farad

💡 Il Risultato Finale

Poiché i Farad sono un'unità di misura troppo grande per l'elettronica, i produttori usano i **picoFarad (pF)**. Spostando la virgola per trasformare quel numero microscopico otteniamo:

C = 17,56 pF

Cosa farai nella realtà?

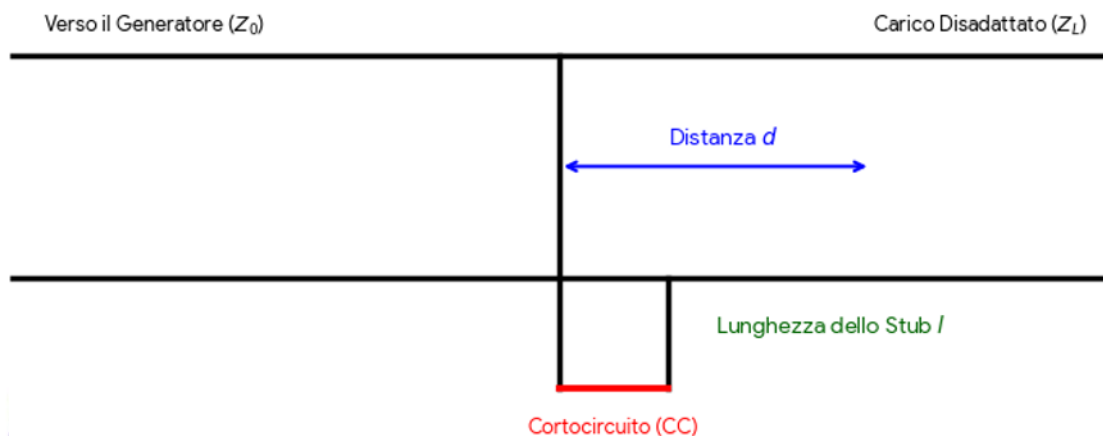
Andrai nel tuo cassetto dei componenti o in un negozio di elettronica, prenderai un piccolo condensatore da **18 pF** (che è il valore commerciale più vicino) e lo salderai in parallelo sul tuo circuito.

L'antenna sarà perfettamente adattata!

Modulo 5: Sintesi delle Reti di Adattamento a Parametri Distribuiti

Nello spettro delle altissime frequenze (indicativamente a partire da 1 GHz e superiori, comprendendo applicazioni quali le reti mobili **5G**, gli standard **Wi-Fi** e i sistemi **radar**), i componenti discreti subiscono una forte degradazione delle prestazioni. In questo dominio si rende necessario l'abbandono degli elementi concentrati in favore delle **tecniche di adattamento a parametri distribuiti**, che impiegano spezzoni di linee di trasmissione (noti come *stub*) o trasformatori ad impedenza calcolata.

Topologia d'Adattamento a Singolo Stub in Derivazione (Shunt)



La Transizione Fisica: Limiti degli Elementi Concentrati e Dimensioni Elettriche

Il fattore discriminante nella transizione tra circuiti a parametri concentrati e circuiti a parametri distribuiti è la **lunghezza d'onda (λ)** del segnale elettromagnetico. Al crescere della frequenza operativa f , la lunghezza d'onda si contrae progressivamente secondo la relazione $\lambda = v_p/f$, riducendosi all'ordine di grandezza dei centimetri o dei millimetri.

- **Il Limite dei Componenti Discreti:** Quando la dimensione fisica D di un induttore o di un condensatore commerciale diventa paragonabile a una frazione significativa della lunghezza d'onda ($D \approx 0.1 \lambda$), il componente smette di comportarsi in modo ideale. L'induttore manifesta forti capacità parassite tra le sue spire, mentre i reofori del condensatore introducono induttanze parassite non trascurabili. Tali accoppiamenti causano fenomeni di risonanza incontrollata e forti dispersioni radiative.
- **La Soluzione Distribuita:** Per superare questi limiti macroscopici, la geometria stessa del circuito stampato (linee in microstriscia o *microstrip*) o della linea

coassiale viene sfruttata attivamente per sintetizzare le reattanze necessarie. Le tracce di rame non operano più come semplici connessioni galvaniche ideali, ma agiscono come strutture guidanti in cui la fase e l'ampiezza dell'onda variano continuamente in funzione dello spazio geometrico.

💡 Il Principio Teorico: Segmenti di Linea come Elementi Reattivi

Sfruttando le proprietà di trasformazione d'impedenza regolate dalla Carta di Smith, è possibile dimostrare analiticamente che un segmento di linea di trasmissione, opportunamente terminato in una condizione limite e tagliato a una lunghezza elettrica precisa, manifesta un'impedenza d'ingresso puramente immaginaria.

- **Comportamento Induttivo:** Uno spezzone di linea coassiale o in microstriscia di lunghezza inferiore a un quarto d'onda ($l < \lambda/4$) e terminato in cortocircuito simula fedelmente il comportamento di una **reattanza induttiva positiva** ($+jX$), sostituendo l'induttore a parametri concentrati.
- **Comportamento Capacitivo:** Lo stesso segmento di linea, se lasciato terminato in circuito aperto, manifesta alle medesime frequenze una **suscettanza o reattanza capacitiva negativa** ($-jX$), assolvendo alla funzione del condensatore a parametri concentrati.

La sintesi distribuita si articola principalmente attraverso l'impiego di due metodologie topologiche: i **tratti di linea in serie** (che introducono sfasamenti controllati) e gli **stub** (spezzoni di linea posizionati in derivazione parallela o in serie, deputati a compensare le componenti immaginari dell'impedenza di carico).

🔧 Strutture Elementari per l'Adattamento Distribuito

La sintesi delle reti a parametri distribuiti si affida principalmente a due architetture geometriche speculari. Queste strutture sfruttano le proprietà di propagazione delle onde guidate per manipolare i coefficienti di riflessione senza l'ausilio di giunzioni a semiconduttore o componenti discreti:



1. Lo *Stub* (Segmento di Linea in Derivazione Shunt)

Lo **stub** è uno spezzone di linea di trasmissione secondario innestato trasversalmente (in parallelo) sul conduttore principale. Sotto il profilo circuitale, agisce come una suscettanza pura (jB) inserita in parallelo, la cui intensità e il cui segno (induttivo o capacitivo) dipendono esclusivamente dalla lunghezza geometrica l dello spezzone e dalla sua terminazione d'estremità:

- **Stub in Circuito Aperto (*Open-Circuit Stub*):** Con una lunghezza elettrica inferiore a un quarto d'onda ($l < \lambda/4$), l'impedenza d'ingresso è puramente capacitiva:

$$Z_{in} = -jZ_0 \cot(\beta l)$$

Sulla Carta di Smith, questa condizione si traduce in una traslazione lungo i cerchi di conduttanza costante verso il semipiano inferiore, simulando un **condensatore in parallelo**.

- **Stub in Cortocircuito (*Short-Circuit Stub*):** Con una lunghezza inferiore a un quarto d'onda ($l < \lambda/4$), l'estremità collegata a massa inverte la risposta, rendendo l'impedenza d'ingresso induttiva:

$$Z_{in} = jZ_0 \tan(\beta l)$$

Sulla carta, il punto si sposta lungo i cerchi di conduttanza verso il semipiano superiore, simulando un **induttore in parallelo**. Nelle microstrisce ad altissima frequenza, la terminazione in cortocircuito è generalmente preferita poiché garantisce una stabilità maggiore rispetto alle radiazioni parassite dei bordi aperti.

Vantaggio Tecnologico: Questa tecnica azzerava i costi di distinta base (*Bill of Materials*). La reattanza necessaria non richiede l'acquisto di un componente discreto, ma viene sintetizzata geometricamente sul layout del circuito stampato dimensionando la traccia di rame secondo le coordinate lette sul diagramma.

2. Il Trasformatore a un Quarto d'Onda ($\lambda/4$)

Il **trasformatore a un quarto d'onda** è un segmento di linea di trasmissione inserito longitudinalmente (in serie) tra la linea principale e il carico. La sua caratteristica geometrica vincolante è una lunghezza fisica (l) pari esattamente a un quarto della lunghezza d'onda guidata:

$$l = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \theta = \beta l = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{4} \right) = \frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$$

Comportamento Geometrico e Matematico

- **Inversione sul Diagramma:** Poiché uno sfasamento elettrico di 90° dell'onda corrisponde a una rotazione spaziale doppia sul piano del coefficiente di riflessione ($\angle\theta = 180^\circ$), l'inserimento di questa linea fa compiere al punto un **mezzo giro esatto attorno al centro della Carta di Smith**.
- **Proprietà di Inversione d'Impedenza:** Questa rotazione diametrica applica l'equazione del trasformatore ideale, capace di convertire un'impedenza puramente reale ad alto valore (R_L) in una a basso valore (Z_{in}), o viceversa, secondo la legge geometrica:

$$Z_{in} = \frac{Z_T^2}{Z_L} \implies Z_T = \sqrt{Z_{in} \cdot Z_L}$$

Per raccordare un carico resistivo Z_L a una linea principale a 50Ω (Z_{in}), il progettista calcola l'impedenza caratteristica ideale della sezione intermedia (Z_T). Nella pratica dei circuiti stampati, il valore di Z_T desiderato si ottiene variando lo **spessore trasversale della pista di rame**, modificando l'accoppiamento capacitivo e induttivo per unità di lunghezza rispetto al piano di massa.

Metodologia di Sintesi Grafica del Singolo Stub sul Diagramma

Mentre l'adattamento tramite parametri concentrati vincola lo spostamento del punto d'impedenza lungo i percorsi rigidi dei cerchi di resistenza (r) o conduttanza (g), la sintesi a parametri distribuiti sfrutta la naturale evoluzione spaziale delle onde guidate. Il protocollo geometrico per l'adattamento a singolo stub in derivazione (*shunt*) si articola in tre fasi analitiche sequenziali:

[Impedenza Carico Z_L] $\xrightarrow{\text{(Rotazione oraria sulla linea d)}}$
[Intersezione Cerchio $g=1$] $\xrightarrow{\text{(Innesco Stub 1)}}$ [Centro $z=1.0$]

1. **Localizzazione del Carico Complesso:** Si mappa la coordinata normalizzata del carico Z_L sul diagramma. Poiché l'innesto dello stub avverrà in parallelo, è opportuno effettuare l'inversione diametrica (180°) per traslare l'analisi sul piano delle ammettenze, individuando il punto di ammettenza normalizzata di partenza

$$y_L = g_L + jb_L.$$

2. **Trasformazione d'Impedenza tramite Linea in Serie (d):** Ci si sposta in **senso orario** (direzione *Towards Generator*) lungo il perimetro del cerchio a SWR costante. Questo movimento geometrico simula il percorso compiuto dall'onda lungo il tratto di linea principale che intercorre tra il carico e il punto di innesto dello stub. La rotazione si arresta nel punto esatto in

cui la traiettoria interseca la circonferenza a conduttanza unitaria della Carta Y:

$$g=1$$

La distanza angolare percorsa, letta sulla scala perimetrale esterna, determina la **lunghezza lineare ottimale (d)** del tratto di linea in serie.

3. **Compensazione Reattiva tramite lo Stub (I):** Nel punto di intersezione appena raggiunto, l'ammettenza assume la forma $y = 1 + jb$. Per azzerare la componente immaginaria (suscettanza b) e convogliare il vettore nel centro ideale del diagramma ($z = 1.0$, $SWR = 1$), si inserisce lo stub in derivazione. Lo stub deve essere dimensionato per introdurre una suscettanza normalizzata di segno opposto:

$$jb_{\text{stub}} = -jb$$

La distanza grafica necessaria per sintetizzare tale suscettanza, calcolata muovendosi dal polo di partenza dello stub (punto di cortocircuito o circuito aperto sul bordo esterno) fino al valore $-jb$, definisce la **lunghezza fisica esatta (l)** dello spezzone a "T".

Analisi dei Vantaggi Sistemistici e Tecnologici

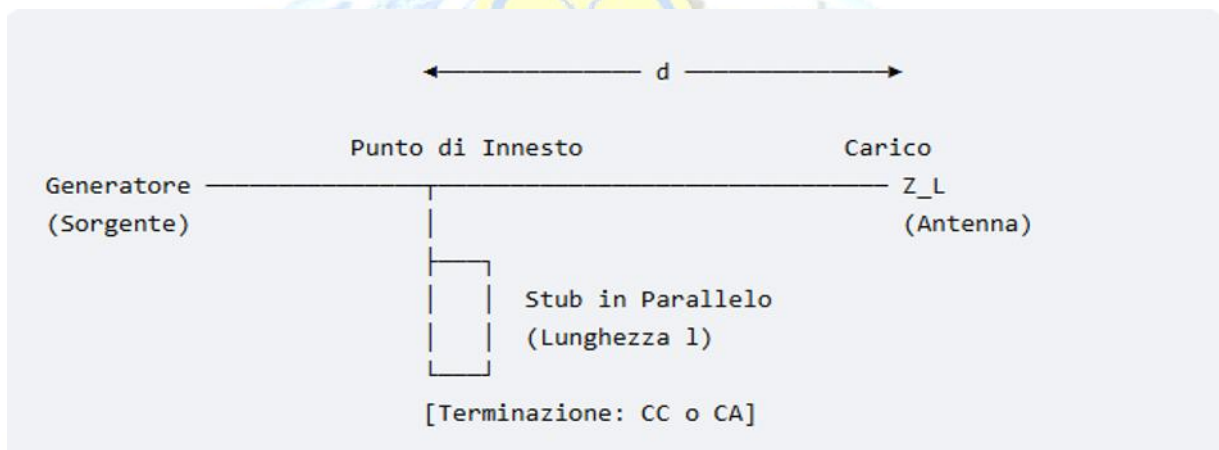
L'adozione dei parametri distribuiti al posto delle reti di tipo L-C offre una serie di benefici strutturali determinanti per l'affidabilità dei sistemi ad alta frequenza:

- **Efficienza Economica e Ottimizzazione della Distinta Base (*Bill of Materials*):** La rete di adattamento viene integrata direttamente nel layout geometrico del circuito stampato (*PCB*). Poiché le induttanze e le capacità vengono sintetizzate esclusivamente mediante tracce di rame e geometrie in microstriscia, il costo marginale dei componenti di adattamento è nullo.
- **Integrità del Segnale nei Domini delle Microonde:** Operando a frequenze superiori al Gigahertz (GHz), questa metodologia elimina le problematiche connesse alle risonanze parassite intrinseche dei componenti discreti microscopici. Le linee distribuite non risentono degli accoppiamenti capacitivi non controllati e riducono drasticamente le perdite per radiazione parassita.
- **Robustezza Meccanica e Stabilità Termica:** L'assenza di componenti fisici saldati annulla i punti di vulnerabilità strutturale del circuito. L'architettura distribuita elimina i rischi di degradazione termica dei componenti, rotture per stress meccanico o fallimenti delle giunzioni di saldatura, garantendo una longevità operativa superiore in condizioni ambientali gravose (applicazioni aerospaziali, stazioni radio base 5G e sistemi radar).

3. Progettazione e Calcolo del Singolo Stub in Derivazione (*Single-Stub Tuning*)

La tecnica del **Single-Stub Tuning** (adattamento a stub singolo) rappresenta una delle metodologie standardizzate più efficienti nell'ingegneria delle microonde per operare l'adattamento coniugato di un carico ad altissima frequenza. Questa architettura bypassa l'impiego di componenti reattivi discreti sfruttando le proprietà di trasformazione d'impedenza di una linea di trasmissione principale accoppiata in parallelo (*shunt*) a uno spezzone di linea secondario (lo *stub*).

Sotto il profilo analitico e realizzativo, la completa determinazione della rete richiede il calcolo di due sole variabili geometriche indipendenti: la **posizione dello stub** lungo la linea principale e la sua **lunghezza elettrica complessiva**.



Le Due Variabili Geometriche Fondamentali

La sintesi grafica della rete sul piano delle ammettenze della Carta di Smith consente di ricavare le quote lineari espresse in frazioni di lunghezza d'onda (λ), necessarie per configurare i parametri hardware (d) e (l).

1. La Distanza di Posizionamento dal Carico (d)

- **Definizione Analitica:** La distanza (d) identifica la coordinata spaziale longitudinale, calcolata a partire dal piano del carico Z_L risalendo verso il generatore, in corrispondenza della quale la linea principale deve essere sezionata per accogliere l'innesto in parallelo dello stub.
- **Meccanismo sulla Carta di Smith:** Si mappa l'ammettenza normalizzata del carico y_L sul diagramma. Si opera una traslazione spaziale in **senso orario** (direzione *Towards Generator*) muovendosi lungo il perimetro del cerchio a SWR costante. Questo movimento simula l'accumulo di sfasamento dell'onda lungo il cavo principale.

- **Condizione di Arresto:** La rotazione si interrompe nell'istante esatto in cui la traiettoria interseca la circonferenza a conduttanza unitaria della Carta Y, definita dall'equazione:

$$g=1$$

In questo punto di incrocio, la parte reale dell'ammettenza normalizzata della linea equivale esattamente all'unità (che, nel sistema denormalizzato a $(50, \Omega)$, corrisponde alla condizione di adattamento resistivo puro). La distanza angolare percorsa, quantificata leggendo il differenziale sulla scala graduata perimetrale esterna, fornisce il valore della distanza d.

2. La Lunghezza Elettrica dello Stub (l)

- **Definizione Analitica:** La lunghezza l definisce l'estensione lineare dello spezzone di linea secondario deputato a generare una suscettanza pura (jB_{stub}) atta ad annullare la componente immaginaria residua presente sulla linea principale.
- **Meccanismo sulla Carta di Smith:** Sebbene nel punto di arresto precedente la conduttanza sia pari a 1, l'ammettenza locale presenta ancora una componente reattiva parassita, assumendo la forma complessa $y = 1 + jb$. Per eliminare la suscettanza immaginaria $(+jb)$, lo stub deve introdurre una suscettanza compensativa ad essa simmetrica:

$$jb_{\text{stub}} = -jb$$

- **Calcolo della Quota l :** Per determinare la lunghezza necessaria a sintetizzare il valore $-jb$, ci si sposta sulla periferia più esterna del diagramma ($|Γ| = 1$), che raccoglie i punti a dissipazione nulla caratteristici delle linee terminate in cortocircuito (CC) o in circuito aperto (CA). Partendo dall'origine della terminazione prescelta (il punto $(-1,0)$ per il cortocircuito), si ruota in senso orario lungo il bordo fino a incrociare il valore numerico della suscettanza desiderata $-jb$. L'arco descritto sul perimetro esterno identifica la lunghezza fisica l dello stub.

Protocollo Esecutivo e Risvolti Circuitali

Una volta estratti i valori geometrici normalizzati dal diagramma analogico, il progettista procede alla traduzione hardware dei parametri secondo una sequenza realizzativa rigorosa:

1. **Sezionamento della Linea Principale:** Si individua la traccia di segnale accoppiata al carico e, procedendo in direzione della sorgente, si misura e si marca la distanza lineare assoluta d (convertita da frazione di (λ) in millimetri in base alla frequenza di lavoro del circuito).

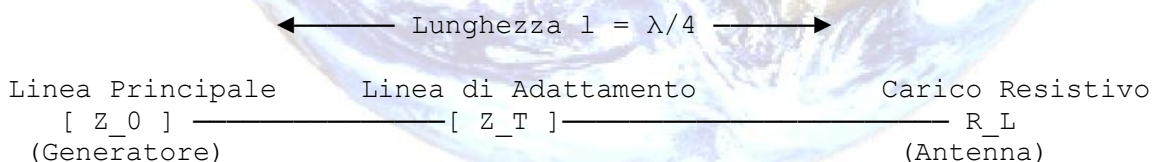
2. **Innesco della Struttura in Derivazione:** In corrispondenza della coordinata d , si realizza una giunzione ortogonale a "T" per connettere in parallelo lo spezzone di linea secondario, preventivamente tagliato alla lunghezza assoluta l e terminato nella condizione limite selezionata (collegato al piano di massa se in cortocircuito, o lasciato isolato se in circuito aperto).

Interpretazione del Fenomeno Fisico: L'onda elettromagnetica incidente che viaggia verso il carico incontra la giunzione a "T". La frazione di energia disadattata penetra all'interno dello stub, subisce una riflessione totale controllata sulla terminazione (CC o CA) e rientra sulla linea principale con uno sfasamento di fase pari esattamente a 180° rispetto alla componente riflessa dal carico originario. Per il principio di sovrapposizione degli effetti, le due onde retrograde si elidono mutuamente per **interferenza distruttiva**, annullando il regime di onda stazionaria a monte dello stub. Il generatore rileva così un'impedenza d'ingresso puramente resistiva e perfettamente interfacciata a 50Ω .

4. Teoria e Meccanismo Geometrico del Trasformatore a un Quarto d'Onda ($\lambda/4$)

Il **trasformatore a un quarto d'onda** (noto nella letteratura scientifica come *quarter-wavelength transformer*) rappresenta una delle tecniche di adattamento a parametri distribuiti più eleganti e strutturalmente lineari. Questa metodologia viene applicata specificamente per raccordare una linea di trasmissione principale (avente impedenza caratteristica standard Z_0 , tipicamente di 50Ω) a un carico puramente resistivo ($Z_L = R_L + j0$) il cui valore in Ohm differisce da quello della sorgente (ad esempio, un'antenna con ($R_L = 100 \Omega$)).

Invece di ricorrere a configurazioni in derivazione (*stub*) o a celle reattive L-C, questa tecnica prevede l'interposizione longitudinale di un segmento di linea intermedio avente **lunghezza elettrica e impedenza caratteristica (Z_T) rigidamente calcolate**.



L'Evoluzione Topologica sul Piano Complesso: L'Inversione Diametrale

Il principio operativo del trasformatore si fonda sulle scale perimetrali della Carta di Smith e sulle leggi di periodicità spaziale del coefficiente di riflessione Γ :

- **La Metrologia Angolare:** Come dimostrato nei moduli precedenti, la Carta di Smith mappa la fase del coefficiente di riflessione secondo la legge $2\beta d$. Uno spostamento lineare pari a mezza lunghezza d'onda (0.5λ) genera uno sfasamento di 2π radianti, imponendo una rivoluzione completa di 360° che riporta l'impedenza al valore iniziale.
- **La Rotazione a un Quarto d'Onda:** Riducendo la transizione spaziale a un quarto della lunghezza d'onda guidata ($l = 0.25 \lambda$), l'argomento della fase subisce una variazione pari esattamente a:

$$\Delta\phi = 2\beta l = 2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{4} \right) = \pi \text{ rad} = 180^\circ$$

Graficamente, questo spostamento costringe il punto rappresentativo dell'impedenza a compiere un **mezzo giro esatto (angolo piatto)** attorno al centro geometrico del diagramma.

Il Principio dell'Inversione di Impedenza

Finire sul lato diametralmente opposto della carta rispetto all'origine comporta un'inversione analitica dei parametri complessi. Sotto il profilo fisico-elettrico, la linea a $\lambda/4$ opera come un invertitore di impedenza:

- Se l'impedenza iniziale presenta un valore puramente resistivo elevato (collocato sul semiasse reale destro della carta), dopo il transito lungo il quarto d'onda essa si posiziona sul semiasse reale sinistro, trasformandosi in un valore resistivo basso.
- Questo comportamento analogo a una leva meccanica permette di raccordare e bilanciare discontinuità d'impedenza marcate, linearizzando il flusso energetico lungo la struttura guidante.

💡 Formulazione Analitica e Sintesi Geometrica del Conduttore

Per comprendere come questa rotazione geometrica di 180° annulli la riflessione dell'onda, si esamina l'equazione generale dell'impedenza d'ingresso Z_{in} per una linea di lunghezza l e impedenza caratteristica Z_T :

$$Z_{in} = Z_T \frac{Z_L + jZ_T \tan(\beta l)}{Z_T + jZ_L \tan(\beta l)}$$

Imponendo la condizione di vincolo spaziale $l = \lambda/4$, la variabile d'angolo diventa $\beta l = \pi/2$. Poiché la funzione tangente tende a infinito ($\tan(\pi/2) \rightarrow \infty$), l'equazione si riduce al limite asintotico:

$$Z_{in} = \frac{Z_T^2}{Z_L}$$

Per ottenere il perfetto adattamento d'antenna, l'impedenza d'ingresso Z_{in} vista dalla linea principale deve coincidere esattamente con l'impedenza caratteristica della sorgente ($Z_{in} = Z_0$). Isolando il parametro della sezione intermedia, si ricava la **formula di sintesi del trasformatore**:

$$Z_T = \sqrt{Z_0 \cdot Z_L}$$

Implementazione Hardware e Geometria della Pista

Sotto il profilo realizzativo, una volta calcolato il valore di Z_T (ad esempio, per raccordare un generatore a 50 Ω a un carico da 100 Ω , si ottiene

$$Z_T = \sqrt{50 \cdot 100} \approx 70.7 \Omega$$

il progettista traduce questo dato in coordinate fisiche sul circuito stampato:

1. **Calcolo della Lunghezza:** Il tratto viene tagliato alla lunghezza lineare equivalente a $\lambda/4$, calcolata tenendo conto della costante dielettrica del substrato (*FR-4, Rogers, ecc.*).
2. **Calcolo dello Spessore:** Poiché l'impedenza caratteristica di una microstriscia (*microstrip*) è inversamente proporzionale alla sua larghezza trasversale, il valore di 70.7 Ω si sintetizza modellando accuratamente la geometria della traccia di rame. Una pista più stretta incrementerà l'induttanza per unità di lunghezza, calibrando l'impedenza della sezione al valore esatto richiesto per azzerare le onde stazionarie.

Sintesi Analitica e Comportamento Topologico del Trasformatore a $\lambda/4$ e delle Terminazioni dei Carichi

La quantificazione analitica della sezione di linea intermedia a un quarto d'onda, la sua mappatura geometrica sul piano complesso e la corretta selezione della terminazione dello stub rappresentano passaggi vincolanti per ottimizzare la stabilità termica ed elettrica di un sistema a radiofrequenza.

1. Il Teorema della Media Geometrica e Verifiche Numeriche

Per determinare l'impedenza caratteristica ideale (Z_T) della sezione intermedia a $\lambda/4$, affinché funga da interfaccia di adattamento tra la sorgente a 50 Ω e un carico

puramente resistivo (R_L), si applica il **teorema della media geometrica** (derivato dal limite della funzione tangente per $\beta l = \pi/2$):

$$Z_T = \sqrt{Z_0 \cdot R_L}$$

Dove:

- **Z_0 :** Identifica l'impedenza caratteristica della linea principale (standardizzata a **50 Ω**).
- **R_L :** Rappresenta la resistenza pura del carico terminale (impedenza d'antenna disadattata).

Applicazione Numerica Guidata

Si consideri il caso di studio in cui sia necessario raccordare un generatore standardizzato a ($Z_0 = 50 \Omega$) a un carico d'antenna avente resistenza puramente reale pari a ($R_L = 200 \Omega$):

1. Calcolo del Prodotto delle Impedenze:

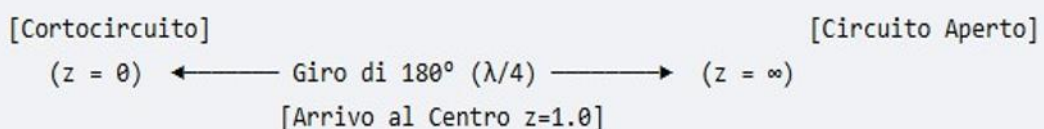
$$Z_0 \cdot R_L = 50 \cdot 200 = 10.000 \Omega^2$$

2. Estrazione della Radice Quadrata (Media Geometrica):

Esito Circuitale: Interponendo un segmento di linea lungo $\lambda/4$ provvisto di un'impedenza caratteristica nativa di 100Ω , il valore di 200Ω del carico viene convertito analiticamente in 50Ω sul piano d'ingresso, garantendo l'assenza totale di onde stazionarie nel tratto a monte.

📖 2. Mappatura Visiva sul Piano dell'Asse Reale della Carta di Smith

Poiché l'analisi esamina esclusivamente carichi resistivi puri (privi di componenti immaginari capacitive o induttive, ovvero con $X_L = 0$), l'intera trasformazione geometrica avviene in modo bidimensionale lungo l'**asse orizzontale centrale del diagramma** (asse reale, dove $\text{Im}[\Gamma] = 0$):



- **La Traiettoria sul Diametro:** L'inserimento della linea a $\lambda/4$ non fa deviare il punto verso gli emisferi nord o sud. Il vettore trasla rigidamente lungo la retta orizzontale.
- **Inversione Diametrale Conforme:** Lo spostamento elettrico compie una rotazione di 180° attorno all'origine. Sfruttando le proprietà di simmetria centrale, la coordinata d'ingresso normalizzata converge esattamente nel **centro geometrico del grafico ($z = 1.0$)**, che sancisce l'annullamento del coefficiente di riflessione ($|\Gamma| = 0$).

⚠ 3. Limitazioni Sistemistiche: La Risposta a Banda Stretta

Il limite strutturale intrinseco di questa metodologia risiede nella sua **selettività in frequenza (risposta a banda stretta)**.

Poiché la lunghezza fisica l della traccia dipende direttamente dalla lunghezza d'onda guidata ($l = \lambda/4 = v_p / 4f$), la condizione di inversione di impedenza si verifica in modo perfetto a una **sola e specifica frequenza operativa fissa** (es. 145 MHz). Modificando il canale di trasmissione o la frequenza del generatore, il segmento di linea non corrisponderà più al rapporto di un quarto d'onda, causando la rapida degradazione delle prestazioni di adattamento e l'insorgenza di onde stazionarie riflesse.

🔧 4. Analisi Comparativa delle Terminazioni dello Stub: Cortocircuito vs Circuito Aperto

Durante la fase di progettazione delle scale esterne per il dimensionamento degli stub, la scelta del tipo di terminazione terminale (corto circuito o circuito aperto) influenza in modo determinante la precisione metrologica e l'immunità ai disturbi del circuito reale:

Parametro Metrologico	Stub in Cortocircuito (<i>Short-Circuit Stub</i>)	Stub in Circuito Aperto (<i>Open-Circuit Stub</i>)
Origine Geometrica	Estremo sinistro della Carta $\Gamma(y)$ ($y = \infty$)	Estremo destro della Carta $\Gamma(y)$ ($y = 0$)
Implementazione Hardware	Connessione galvanica (foro di via) verso massa	Taglio netto del conduttore (isolamento terminale)
Applicazione Preferenziale	Circuiti stampati planarità (Microstrisce)	Linee di trasmissione coassiali (Cavi)
Effetti Parassiti Reali	Minima suscettanza parassita, elevata stabilità	Effetto antenna di bordo, perdite per radiazione

Dettaglio Fisico-Applicativo

- **La scelta in Cortocircuito:** Sulle tecnologie a microstriscia (*microstrip*), il cortocircuito verso il piano di massa (eseguito tramite fori metallizzati passanti, o *vias*) scherma elettricamente la terminazione, impedendo alla linea di irradiare energia nello spazio circostante e garantendo stabilità termica.
- **La scelta in Circuito Aperto:** Nei cavi coassiali, il circuito aperto evita la complessità di dover saldare la calza esterna al conduttore centrale. Tuttavia, sulle piste dei circuiti stampati ad altissima frequenza, l'estremità interrotta tende a comportarsi come un'antenna parassita (*fringing fields effect*), disperdendo onde elettromagnetiche nello spazio e introducendo capacità parassite non lineari che alterano la lunghezza elettrica efficace dello stub.





Il presente materiale ha scopo esclusivamente didattico e informativo ed è destinato unicamente alla consultazione, allo studio individuale e alla memorizzazione per uso strettamente privato e non commerciale.

È tassativamente vietata la copiatura, la riproduzione, la duplicazione, l'adattamento, la distribuzione, la condivisione o la diffusione dei testi e dei contenuti, sia parziale che totale e con qualsiasi mezzo, senza l'esplicita autorizzazione scritta dell'autore.

È altrettanto vietato qualsiasi utilizzo commerciale o didattico non autorizzato.

I trasgressori saranno perseguiti a norma della legge sul diritto d'autore (Legge n. 633/1941).

Esclusione di responsabilità (Disclaimer):

*L'autore ha curato la redazione di questo materiale con la massima attenzione, tuttavia l'autore **non si assume alcuna responsabilità** per eventuali errori, omissioni o inesattezze, né per danni diretti o indiretti derivanti da una **cattiva interpretazione, uso improprio o applicazione errata** delle informazioni e dei concetti contenuti nell'opera. L'utente è l'unico responsabile dell'utilizzo delle nozioni apprese.*

Finito di redigere nel mese di Settembre del 2026.

I contenuti rispecchiano lo stato delle conoscenze e delle informazioni aggiornate alla data di redazione.

Annotazioni e Appunti

